

**TENTAMEN:** Sannolikhetssteori 1, del 1. 2005-11-01, kl 8:30-13:30.

**Lärare och jour:** Aila Särkkä, telefon 772 35 42

**Hjälpmedel:** Valfri räknare med tömda minnen och formelblad.

- 1) Låt  $F$  vara fördelningsfunktionen av en stokastisk variabel  $X$ . Bevisa att
  - a)  $F$  är en icke-avtagande funktion. (1.5p)
  - b)  $F$  är högerkontinuerlig. (1.5p)
- 2) Anders påstår att han kan smaka skillnaden mellan två kaffesorter. För att testa Anders påstående ber hans kompisar honom att smaka kaffe från tio koppar, fem av vilka har kaffesort A och fem kaffesort B i dem. Sedan måste Anders meddela vilka av de fem kopporna innehåller sort A.
  - a) Anta att Anders påstående inte är sant och han väljer de fem kopporna, som han påstår sedan att innehålla sort A, helt slumpmässigt. Vad är då sannolikheten att han får minst tre rätt? (2p)
  - b) Vad är det förväntade antalet rätt valda koppar (koppar med kaffesort A i dem)? (1p)
- 3) Kalle har tappat ett brev. Det är med sannolikhet 0.5 i en av de sex skrivbordslådorna (och med sannolikhet 0.5 är brevet någon annanstans). Vad är sannolikheten att brevet är i den sjätte lådan givet att det inte är i de fem andra? (3p)
- 4) Schackklubbar av två skolor har 8 resp. 9 spelare. Fyra spelare från vardera klubb väljs för att delta i en tävling mellan skolorna. De valda eleverna från ett lag paras sedan ihop med dem i det andra laget och varje par spelar en schackmatch. Antag att Kajsa och hennes syster Lena är medlemmar i schackklubbar i olika skolor. Vad är sannolikheten att
  - a) antingen Kajsa eller Lena (men inte både) väljs för att representera sin skola. (1.5p)
  - b) Kajsa och Lena är både valda och paras ihop. (1.5p)
- 5) Låt  $X$  vara mängden av strålning som kan absorberas av en människa innan han/hon dör och antag att  $X$  är normalfördelad med väntevärdet 500 röntgen och standardavvikelse 150 röntgen. Över vilken dosnivå kan bara 5% av dem som är utsatta för strålning överleva? 3p

**Vänd!**

- 6) Det finns två olika slags batterier i en låda. En batteri av typ  $i$  håller ut under en tid (i timmar) som är exponentialfördelad med parameter  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2$ . En batteri som väljs på måfå från lådan är av typ  $i$  med sannolikhet  $p_i$ ,  $p_1 + p_2 = 1$ . Om en batteri som är tagen på måfå från lådan fortfarande fungerar efter  $t$  timmar, vad är sannolikheten att den fungerar efter ytterligare  $s$  timmar? (3p)

**Lycka till!**