TENTAMEN: Sannolikhetsteori 1, del 1. 2005-12-19, kl 8:30-13:30.

Lärare och jour: Aila Särkkä, telefon 772 35 42
Hjälpmedel: Valfri räknare med tömda minnen och lexikon.

1) a) Låt E och F vara två händelser. Bevisa att

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F).$$

(2p)

b) Hur kan man generalisera a) för n händelser? Hur kan man bevisa den generella formeln genom att använda a)? (1p)

2) Elva personer, som representerar olika länder, ska placeras. Representanten från Ryssland och representanten från USA skall inte placeras brevid varandra. På hur många olika sätt kan de 11 representanterna då placeras

a) vid ett runt bord? (Två placeringsordningar antas vara samma om de kan fås från varandra genom att rotera bordet.) (1.5p)

b) i rad? (1.5p)

3) Det finns 15 tennisbollar i en låda, 9 av vilka är oanvända. Tre av bollarna väljs på måfå för att användas på den första matchen. Efter matchen återläggs dem i lådan. Sedan väljer man tre av bollarna på måfå för den andra matchen. Vad är sannolikheten att alla tre bollar (som väljs för den andra matchen) är oanvända? (3p)

4) Låt X ha en likformig fördelning i $(0, 4)$. Bestäm täthetsfunktionen och variansen för $\sqrt{X}$. (3p)

5) I serieproduktion är livslängden (i månader) av ett batteri en stokastisk variabel som är exponentialfördelad med parameter 0.1. Viktor föreslår en förbättring vilken skulle minska parametervärdet till b. Det skulle betyda ökade konstnader och därför vill ledningen acceptera ändringen endast om sannolikheten att ett batteri (tillverkat med den nya metoden, efter förbättringen) valt på måfå håller längre än 10 månader skulle öka med minst 10%. Vad måste b vara för att ledningen skulle acceptera ändringen? (3p)

Vänd!

6) Man delar N personer i n ($n = 1, 2, ...$) grupper, k ($k = 2, 3, ...$) personer i varje. Man tar ett blodprov från varje person och samlar ihop proven inom var och en av grupperna. Om denna blandning av k blodprov ger ett negativt resultat (ingen sjukdom), har man klarat alla de k personerna. Om resultatet är positivt, undersöker man blodproven av de k personerna separat. Antag att sannolikheten att ha sjukdomen är p. Beräkna det förväntade antalet undersökningar av blodprov som behövs att utföra. Om $N = 100$, $k = 20$ och $p = 0.05$, är det värt att använda den här metoden jämfört med att bara undersöka alla prov separat? (3p)

Lycka till!