

TENTAMEN: Sannolikhetsteori 1, del 1. 2004-12-18, kl 8:30-13:30.

Lärare: Aila Särkkä

Jour: Cilla Persson, telefon 772 3558, 070 6370670

Hjälpmedel: Valfri räknare med tömda minnen och lexikon.

- 1) Låt F vara fördelningsfunktionen av en stokastisk variabel X .
 - a) Visa att $\lim_{b \rightarrow \infty} F(b) = 1$. 1.5p
 - b) Skriv sannolikheten $P(X < b)$ med hjälp av F . 1.5p
- 2) Varje gång en tankspridd gammal man går till en affär, glömmer han sitt paraply där med sannolikhet $\frac{1}{4}$. En dag har han varit i fyra affärer och har märkt efter att ha kommit hem att han har glömt sitt paraply. Beräkna sannolikheten att det glömda paraplyet är i den i -te affären, $i = 1, 2, 3, 4$. 3p
- 3) Det finns 10 par skor i ett skåp. Om 8 skor tas på måfå ur skåpet, vad är sannolikheten att man får
 - a) inga par? 1p
 - b) exakt ett par? 2p
- 4) N barn leker kurragömma. De har bestämt att välja den som stannar kvar och räknar till 100 (medan alla andra gömmer sig) genom att var och en av barnen singlar en slant. Kravet är att den som stannar kvar har ett olikt resultat än alla andra (dvs. kr om alla andra har kl och kl om alla andra har kr).
 - a) Vad är sannolikheten att man behöver n varv (ett varv = alla N barn singlar en slant en gång) för att bestämma vem som stannar kvar?(2p)
 - b) Låt $N = 10$. Vad är det förväntade antalet varv som behövs? (1p)
- 5)
 - a) Antag att livslängden av ett visst bildäck är normalfördelad med väntevärdet 34,000 km och standardavvikelsen 4000 km. Givet att däcket har hållit i 30,000 km vad är den betingade sannolikheten att den kommer att hålla 10,000 km till? 1p
 - b) Beräkna samma sannolikhet som i a) men genom att anta att livslängden av däcket är exponentialfördelad med samma väntevärde. (1p)
 - c) Jämföra resultaten i a) och b). Vilken fördelning är mer lämplig som en fördelning för livslängden av ett bildäck? Förklara. (1p)

Lycka till!

Questions in English (Sannolikhetsteori 1, part 1, 2004-12-18)

- 1) Let F be the distribution function of a stochastic variable X .
 - a) Show that $\lim_{b \rightarrow \infty} F(b) = 1$. 1.5p
 - b) Compute the probability $P(X < b)$ by using F . 1.5p
- 2) Every time an absent-minded old man goes to a store he forgets his umbrella there with probability $\frac{1}{4}$. One day he has been in four stores and notices after having come home that he has forgotten his umbrella in one of the stores. Compute the probability that the forgotten umbrella is in the i -th store, $i = 1, 2, 3, 4$. 3p
- 3) There are 10 pairs of shoes in a closet. If we randomly take 8 shoes from the closet what is the probability that we get
 - a) no pairs? 1p
 - b) exactly one pair? 2p
- 4) N children are playing hide and seek. They have decided to choose the one who stays and counts to 100 (while the others go and hide) by each child tossing a coin. The one who gets a different result than everybody else will be the one who stays (i.e. “heads” if everybody else has “tails” and “tails” if everybody else has “heads”).
 - a) What is the probability that they need n rounds (1 round = each one of the N children tosses a coin once) to decide who is going to stay? (2p)
 - b) Let $N = 10$. What is the expected number of rounds that are needed? (1p)
- 5)
 - a) Let the lifetime of a car tire is normally distributed with mean 34,000 km and standard deviation 4000 km. Given that it has survived 30,000 km what is the conditional probability that it survives another 10,000 km? 1p
 - b) Compute the same probability as in a) but by assuming that the lifetime of the tire has an exponential distribution with the same expected value. (1p)
 - c) Compare the results in a) and b). Which distribution is more suitable as a distribution for the lifetime of a tire? Explain. (1p)

Good luck!