

TENTAMEN: Sannolikhetssteori 1, del 2, 5p. 2005-01-10, kl 8:30-13:30.

Lärare och jour: Aila Särkkä

Hjälpmedel: Valfri räknare med tömda minnen och formelblad.

- 1) Låt X och Y vara oberoende stokastiska variabler. X är Poisson-fördelad med parameter λ_1 och Y är Poisson-fördelad med parameter λ_2 . Beräkna frekvensfunktionen (sannolikhetsfunktionen) för $X + Y$. (3p)
- 2) Anta att den dagliga variationen av priset av en aktie är en stokastisk variabel med väntevärde 0 och varians σ^2 . Låt Y_0 vara priset av aktien idag och låt Y_n representera priset av aktien n dagar senare. Då är

$$Y_n = Y_{n-1} + X_n, \quad n \geq 1,$$

där X_1, X_2, \dots är oberoende och likfördelade stokastiska variabler med väntevärde 0 och varians σ^2 . Anta att priset av aktien idag, Y_0 , är 100. Om $\sigma^2 = 1$, vad är den approximativa sannolikheten att priset är högre än 107 om 50 dagar? (3p)

- 3) Låt X_1, X_2, \dots vara oberoende stokastiska variabler med gemensam väntevärde μ och varians σ^2 . Låt $Y_n = X_n + X_{n+1} + X_{n+2}$. Beräkna $\text{Cov}(Y_n, Y_{n+j})$ för $j \geq 0$. (3p)
- 4) Man tror att en supernova exploderar genomsnittligt en gång/300 år. Anta att explosionerna bildar en Poissonprocess. Beräkna sannolikheten att
 - a) det exploderar minst två supernovor under en viss 60 års tidsperiod. (1.5p)
 - b) det exploderar inga supernovor under en viss 450 års tidsperiod. (1.5p)
- 5) Det bor r arter av insekter i ett område. Var och en av insekterna som fångas är (oberoende av arterna av tidigare fångsterna) av typ i med sannolikhet p_i , $i = 1, \dots, r$, $\sum_{i=1}^r p_i = 1$.
 - a) Beräkna det förväntade antalet insekter som fångas innan man får en av art 1. 1.5p
 - b) Beräkna det förväntade antalet arter som fångas innan man får en av art 1. 1.5p

Lycka till!