

**TENTAMEN:** Sannolikhetssteori 1, del 2. 2006-01-12, kl 8:30-13:30.

**Lärare och jour:** Aila Särkkä, telefon 772 35 42

**Hjälpmedel:** Valfri räknare med tömda minnen och lexikon.

- 1) a) Definiera oberoendet av två stokastiska variabler  $X$  och  $Y$ . (1.5p)
- b) Bevisa att oberoendet av två diskreta stokastiska variabler  $X$  och  $Y$  är ekvivalent med det följande:

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y) \quad \text{för alla } x \text{ och } y.$$

(1.5p)

- 2) En ambulans kör med konstant hastighet på en väg av längd  $L$ . Vid viss tid inträffar det en olycka i en punkt  $X$  som är likformigt fördelad på vägen. Anta att ambulansens position  $Y$  då är också likformigt fördelad på vägen och att  $X$  och  $Y$  är oberoende. Vad är fördelningen för avståndet mellan  $X$  och  $Y$ ? (3p)
- 3) Man har  $n$  vita och  $m$  svarta kort i en låda. Man tar ett kort åt gången ut ur lådan (utan återläggning) tills man får ett vitt kort för första gången. Vad är det förväntade antalet kort som tas? (3p)
- 4) Låt  $X$  och  $Y$  vara antalet erhållna "ettor" respektive "tvåor" vid två oberoende kast med en välgjord tärning. Bestäm kovariansen mellan  $X$  och  $Y$ . (3p)
- 5) En luftkonditioneringsleverantör vill veta hur länge kompressorer som hon vill sälja håller ut. Först måste hon uppskatta den genomsnittliga livslängden av kompressorerna. Hon vet livslängder av 250 kompressorer (som man har använt tidigare) och hon tänker att använda medelvärdet av dem som en uppskattning för den genomsnittliga livslängden av alla likadana kompressorer. Om standardavvikelsen av livslängden av sådana kompressorer är 40 månader vad är då sannolikheten (approximativt) att leverantörens uppskattning skulle vara inom 5 månader från den sanna förväntade livslängden (3p)

**Vänd!**

- 6) Kunder kommer till en affär enligt en Poissonprocess och det kommer genomsnittligt en kund varje 5 minuter.
- a) Vad är sannolikheten att under en 10 minuters tidsperiod kommer det fler än 3 personer till affären? (1p)
  - b) Hur länge tar det genomsnittligt mellan två successiva kunder som kommer till affären? (1p)
  - c) Om affären öppnas kl 10 på morgonen. Vad är sannolikheten att den andra kunden den dagen kommer före kl 10:15? (1p)

**Lycka till!**