TENTAMEN: Sannolikhetsteori 1, del 2, 5p. 2005-04-02, kl 8:30-13:30.

Lärare och jour: Aila Särkkä, telefon 772 35 42
Hjälpmedel: Valfri räknare med tömda minnen och lexikon.

1) Formulera och bevisa den svaga formen av Stora Talens Lag. Du kan anta att de stokastiska variablerna har ändlig varians σ^2. (3p)

2) Man ritar en triangel på planet. Ett av hörnen av triangeln ligger i origo, en i punkt X i x-axeln och en i punkt Y i y-axeln. X och Y är oberoende och $N(0,1)$-fördelade. Beräkna väntevärdet av ytan av triangeln. (3p)

3) En råtta har hamnat i labyrinten. Från startpunkten (där den är nu) har den två olika riktningar att välja mellan: Om den går till höger, kommer den att komma tillbaka till startpunkten efter 3 minuter. Om den går till vänster, kommer den att vara ute efter 2 minuter med sannolikheten $\frac{1}{3}$ och kommer den att komma tillbaka till startpunkten efter 5 minuter med sannolikheten $\frac{2}{3}$. Bestäm den förväntade tiden som råttan kommer att vandra i labyrinten om den alltid väljer riktningen från startpunkten på måfå. (3p)

4) Bestäm korrelationskoefficienten för X = poängsumman av de m_1 första och Y = poängsumman av de m_2 sista av n stycken oberoende kast med en tärning, för m_1, m_2 och n sådana att $m_1 \leq n, m_2 \leq n$, och $n \leq m_1 + m_2 \leq 2n$. (3p)

5) Antar att man har tre vita och tre svarta bollar i två urnor så att det finns tre bollar i vardera urna. Man säger att systemet är i tillstånd i, om det finns i vita bollar i urna 1, $i = 0, 1, 2, 3$. På varje steg en av bollarna dras från urna 1 och en boll från urna 2. Bollen som dras från urna 1 stoppas i urna 2 och bollen som dras från urna 2 stoppas i urna 1. Låt X_n vara tillståndet av systemet efter det n-te steget. Beräkna övergångssannolikheterna av Markovkedjan $\{X_n, n \geq 0\}$. (3p)

Lycka till!