

**TENTAMEN:** Sannolikhetssteori 1, del 2. 2005-08-26, kl 8:30-13:30.

**Lärare och jour:** Aila Särkkä, telefon 772 35 42

**Hjälpmedel:** Valfri räknare med tömda minnen och formelblad.

- 1) Låt  $X$  vara en stokastisk variabel med väntevärde  $\mu$  och varians  $\sigma^2$  och låt  $Y = bX + a$ , där  $a$  och  $b$  är konstanter.
  - a) Beräkna väntevärdet och variansen av  $Y$ . (1.5p)
  - b) Bestäm kovariansen och korrelationen mellan  $X$  och  $Y$ . (1.5p)
- 7) En råtta har hamnat i labyrinten. Från startpunkten (där den är nu) har den två olika riktningar att välja mellan: om den går till höger, kommer den att komma tillbaka till startpunkten efter 3 minuter, om den går till vänster, kommer den att vara ute efter 2 minuter med sannolikheten  $\frac{1}{3}$  och kommer den att komma tillbaka till startpunkten efter 5 minuter med sannolikheten  $\frac{2}{3}$ . Bestäm den förväntade tiden som råttan kommer att vandra i labyrinten om den alltid väljer riktningen från startpunkten slumpmässigt. (3p)
- 3) Det finns tre kameror i en affär. Funktionstiderna av kameror är oberoende och exponentialfördelade stokastiska variabler med parameter  $\lambda$ .
  - a) Vad är sannolikheten att alla tre kameror fungerar efter tiden  $t$ ? (1.5p)
  - b) Låt  $N$  vara antalet kameror som fungerar vid tid  $t$ . Vad är fördelningen av  $N$ ? (1.5p)
- 4) Anta att summan av en kunds köp avrundas till närmaste 5 öre. Då är förlusten, som en kund orsakar till försäljaren, en stokastisk variabel, som kan anta värdena  $-2, -1, 0, 1, 2$  öre, vart och ett med sannolikhet  $\frac{1}{5}$ . Låt  $X$  vara den totala förlusten av 10000 kunder. Approximera sannolikheten att den totala förlusten  $X$  är större än två kronor. (3p)
- 5) Man kastar en välgjord tärning tills man får en sexa för första gången. Beräkna väntevärdet av summan av antal ögon före första sexan. (3p)

**Lycka till!**