**TENTAMEN:** Sannolikhetsteori 1, del 2. 2004-12-18, kl 8:30-13:30.

**Lärare:** Aila Särkkä
**Jour:** Cilla Persson, telefon 772 3558, 070 6370670
**Hjälpmedel:** Valfri räknare med tömda minnen och lexikon.

1) Låt $X$ och $Y$ vara oberoende kontinuerliga stokastiska variabler med resp. täthetsfunktioner $f_X$ och $f_Y$. Härled fördelningsfunktionen och täthetsfunktionen av $X+Y$. 3p

2) 10 gifta par är slumpmässigt placerade vid ett runt bord. Beräkna väntevärdet och variansen av antal fruar som sitter brevid sin man. 3p

3) Att serva en maskin görs i två separata steg. Tiden som behövs att utföra första steget är en exponentialfördelad stokastisk variabel med väntevärde 0.2 timmar och tiden som behövs att utföra andra steget är en exponentialfördelad stokastisk variabel med väntevärde 0.3 timmar (oberoende av tiden som behövs för första steget). Om en reparatör har 20 maskiner att underhålla, approximera sannolikheten att han har gjort allt inom 8 timmar. 3p

4) Mia och Kalle bor på 10 minuters gångavstånd från varandra (antag att det bara finns en väg att gå). En dag vill de hälsa på varandra. Tiderna $X$ och $Y$ då de går hemifrån är oberoende och likformigt fördelade mellan kl 12:00 och kl 13:00. Låt $A$ var händelsen att "de träffar varandra på vägen". Ge $P(A|X=x)$ som en funktion av $x$ och räkna $P(A)$ med hjälp av $P(A|X=x)$. 3p

5) Man klassifierar vädret i en viss stad så att det regnar, är soligt eller uppehållsväder. Om det regnar en dag, kan det bli soligt eller uppehållsväder nästa dag med lika stor sannolikhet vardera. Om det inte regnar (soligt eller uppehåll), då är med sannolikhet en tredjedel vädret det samma (soligt resp. uppehåll) nästa dag och om vädret ändras, då är det lika stor sannolikhet att det ändras till vilket som helst av de två andra tillstånden.

   a) Beskriva vädersystemet som en Markovkedja och ge övergångssannolikheterna för kedjan. 1p

   b) Vad är proportionen av soliga resp. regniga dagar på lång sikt? 2p

**Lycka till!**

**Questions in English** (Sannolikhetsteori 1, part 2, 2004-12-18)

1) Let $X$ and $Y$ be independent continuous random variables with density functions $f_X$ and $f_Y$, respectively. Derive the distribution function and density function of $X + Y$. 3p

2) 10 married couples are randomly seated at a round table. Compute the expected value and variance of the number of wifes that are sitting next to their husbands. 3p

3) The servicing of a machine requires two separate steps, with the time needed for the first step being an independent exponential random variable with mean 0.2 hour and the time for the second step being an independent exponential random variable with mean 0.3 hour (independent of the time needed for the first step). If a repair person has 20 machines to service, approximate the probability that all the work can be completed in 8 hours. 3p

4) Mia and Kalle live within 10 minutes walking distance from each other (there is only one way to go from Mia's home to Kalle's home). One day they decide to meet. The times $X$ and $Y$ when they leave their homes are independent and uniformly distributed between 12:00 and 13:00 o'clock. Let $A$ be the event that "they meet each other on the way". Give $P(A|X = x)$ as a function of $x$ and compute $P(A)$ by using $P(A|X = x)$. 3p

5) In a certain town the weather is classified each day as being rainy, sunny or overcast but dry. If it is rainy one day, then it is equally likely to be either sunny or overcast the following day. If it is not rainy, then there is one chance in three that the weather will persist in whatever state it is in for another day, and if it does change, then it is equally likely to become either of the other two states.

   a) Describe the weather system as a Markov Chain and give the transition probability matrix of the chain. 1p

   b) In the long run, what proportion of days are sunny and rainy, respectively? 2p

**Good luck!**