

Extra övningar (Kap 5) Sannolikhetssteori 1, ht 2005.

Uppgift 1. En vattenmätare avläses en gång om året. Mätaren visar inte exakt vattenförbrukning, utan ett fel X (enhet m^3) som kan antas vara en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärdet 0 och variansen $0.0001F$, där F är den verkliga vattenförbrukningen. Ett visst år är den verkliga vattenförbrukningen 230 m^3 . Beräkna sannolikheten att mätaren visar mellan 229.8 m^3 och 230.3 m^3 .

Uppgift 2. I en apparat ingår 5 elektriska komponenter. Antag att varje komponent har en livslängd som är exponentialfördelad med väntevärdet $1/\lambda = 1000$ och att en komponent fungerar oberoende av de andra. Vad är sannolikheten att

- komponent i , $i = 1, \dots, 5$, fungerar efter 1500 timmar?
- exakt 3 komponenter fungerar efter 1500 timmar?
- komponent i , $i = 1, \dots, 5$, fungerar efter 1500 timmar givet att den fungerar efter 1000 timmar?
- exakt 3 komponenter fungerar efter 1500 timmar givet att exakt 4 fungerar efter 1000 timmar?

Uppgift 3. Det reella talet m kallas en median för en stokastisk variabel X om

$$P(X \leq m) \geq \frac{1}{2} \quad \text{och} \quad P(X \geq m) \geq \frac{1}{2}.$$

Livslängden av en radioaktiv atom antas ofta vara exponentialfördelad. Medianen kallas då halveringstid.

- Bestäm medianen för en stokastisk variabel X som är exponentialfördelad med parameter λ .
- Om vi antar att modellen ovan gäller, vad är då sannolikheten att atomen överlever $k \times$ halveringstiden?
- Om vi startar med n stycken atomer vars livslängder är oberoende, vad är då fördelningen för antalet överlevande atomer efter $k \times$ halveringstiden?

Vänd!

Uppgift 4. Härleda fördelningen för $R = A \cdot \sin(\theta)$, där $A > 0$ är en fix konstant och $\theta \sim \text{Lik}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. (En sådan stokastisk variabel R ser man inom ballistik: Om man skjuter en projektil från origo med vinkel α från jorden med hastighet ν , då kan punkten R , där den återkommer till jorden, uttryckas som $R = (\nu^2/g)\sin(2\alpha)$, där g är gravitationskonstanten.)