

TENTAMEN: Sannolikhetsteori 1, 10p. 2004-01-19, kl 8:45-13:45.

Lärare och jour: Aila Särkkä, telefon 772 35 42

Hjälpmedel: Valfri räknare med tömda minnen och formelblad.

- 1) a) Låt E och F vara två händelser. Bevisa att

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F).$$

(2p)

- b) Hur kan man generalisera a) för n händelser? Hur kan man bevisa den generella formeln genom att använda a)? (1p)
- 2) Låt X vara en binomialfördelad stokastisk variabel med parametrar n och p . Härled väntevärdet av X . (3p)
- 3) Formulera och bevisa Bayes sats. (3p)
- 4) Elva personer, som representerar olika länder, ska placeras vid ett runt bord (två placeringsordningar antas vara samma om de kan fås från varandra genom att rotera bordet). Anta att placeringen är helt slumpmässigt.
- a) Hur många olika placeringsordningar finns det om engelsmannen och fransmannen sitter brevid varandra? (1p)
- b) Hur stor är sannolikheten att engelsmannen och fransmannen sitter brevid varandra samt att amerikanaren och ryssen inte sitter brevid varandra? (2p)
- 5) Det finns 15 tennisbollar i en låda, 9 av vilka är oanvända. Tre av bollarna väljs på måfå för att användas på den första matchen. Efter matchen återläggs dem i lådan. Sedan väljer man tre av bollarna på måfå för den andra matchen. Vad är sannolikheten att alla tre bollar (som väljs för den andra matchen) är oanvända? (3p)
- 6) Stokastiska variabler X och Y har den simultana täthetsfunktionen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2e^{-2x}}{x}, & 0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Beräkna $\text{Cov}(X, Y)$. (3p)

Vänd!

- 7) Tiden som en kund spenderar på banken är exponentialfördelad med parameter $\frac{1}{10}$, där enheten är minuter.
- a) Vad är sannolikheten att kunden stannar på banken mer än 15 minuter? (1.5p)
 - b) Vad är sannolikheten att efter att ha varit på banken i 15 minuter stannar kunden ytterligare 15 minuter där? (1.5p)
- 8) Antag att X är normalfördelad och att $P(X \leq 0) = 0.1587$ och att $P(X \leq 3) = 0.6915$. Bestäm väntevärdet och variansen för X .
- 9) Man kastar en välgjord tärning tills man får en sexa för första gången. Beräkna väntevärdet av summan av antal ögon före första sexan. (3p)
- 10) Anta att det finns 500 sidor i en bok och att antalet tryckfel i en bok av den storleken är i genomsnitt 1000.
- a) Anta att antalet tryckfel/sida i boken är Poissonfördelat. Beräkna sannolikheten att det finns mindre än två tryckfel på en sida (tagit på måfå från boken). (1p)
 - b) Låt X vara antalet sidor som har mindre än två tryckfel. Approximera $P(X > 215)$. (2p)

Lycka till!