

**Uppgift:** Låt  $n \geq 3$  vara ett udda tal.  $n$  stycken revolvermän står i en öken. Inga två revolvermän står på samma avstånd från varandra. Samtliga revolvermän drar sin pistol samtidigt och skjuter på den som står närmast. Visa att en minst en revolverman inte blir träffad.

**Lösning:** Vi visar att minst en revolverman kommer att bli beskjuten med (minst) två skott, med hjälp av induktion på  $n$ . Eftersom antalet skott är lika med antalet revolvermän visar detta att minst en revolverman inte blir beskjuten alls.

Basfall  $n = 3$ : Eftersom alla avstånd mellan de olika revolvermännen är olika, finns det ett par, kalla dem  $a$  och  $b$ , som står närmast varandra. De kommer då skjuta på varandra, medan den siste revolvermannen  $c$  kommer att skjuta antingen på  $a$  eller  $b$ . Så  $a$  eller  $b$  blir beskjuten två gånger (och  $c$  blir inte beskjuten alls).

Induktionssteg: Låt  $n \geq 5$ . Vårt induktionsantagande är att om  $n-2$  revolvermän duellerar enligt antagandena, så kommer minst en bli beskjuten två gånger. Så antag att vi nu har  $n$  revolvermän. Precis som i basfallet kommer det finnas ett par av revolvermän  $a$  och  $b$  som står närmast varandra; dessa kommer att beskjuta varandra. Vi tittar nu på de övriga  $n-2$  revolvermännen. Antingen kommer någon av dessa beskjuta  $a$  eller  $b$ , och då blir antingen  $a$  eller  $b$  beskjuten två gånger, vilket var vad vi ville visa. Eller så skjuter ingen på  $a$  eller  $b$ , utan de skjuter på varandra. I det fallet har vi nu  $n-2$  revolvermän som duellerar enligt antagandena, så enligt vårt induktionsantagande blir (minst) en beskjuten (minst) två gånger, vilket var det vi ville visa. Det avslutar induktionssteget.

Enligt induktionsprincipen är påståendet bevisat för alla  $n$ .