

Serie 1

(Abgabe: 1. März 2011, 17 Uhr)

Aufgabe 1.1 (P)*

- (a) Schreiben Sie eine MATLAB-Routine

`function interpol_wert = Newton_Interpol(X, Y, x)`, die mit der Newtonschen Interpolationsformel zu den Stützpunkten $(X(i), Y(i))$ den interpolierten Wert `interpol_wert` an einer beliebigen Stelle `x` berechnet.

Hinweis. Die Struktur der MATLAB-Routine könnte z.B. so aussehen:

```
function interpol_wert= Newton_Interpol(X,Y,x)

n=length(X)-1; % Grad des Interpolationspolynoms
divDiff=Y; % divDiff: dividierte Differenzen
for k = 2:n+1
    for i = n+1:-1:k
        divDiff(i) = ...;
    end
end

% Auswertung des Polynoms an x
interpol_wert=divDiff(n+1);
for k=n:-1:1
    interpol_wert = ...;
end

end
```

- (b) Mit Hilfe der Funktion `Newton_Interpol` berechnen Sie den interpolierten Wert $p(x)$ bei $x = 12.5$ zu der folgenden Wertetabelle für die Funktion \log_2 :

j	0	1	2	3
X_j	11	12	13	14
Y_j	3.459432	3.584963	3.700440	3.807355

Vergleichen Sie den interpolierten mit dem exakten Wert bei $x = 12.5$. Zeichnen Sie $p(x)$ und $\log_2(x)$, zuerst für $x \in [11, 14]$ und dann für $x \in [1, 50]$. Zeichnen Sie auch die Fehlerfunktion $r(x) = \log_2(x) - p(x)$ für $x \in [11, 14]$.

Lösung 1.1

```

%% main newton interpolation

% Stuetzpunkten
X = [11 12 13 14];
Y = [3.459432 3.584963 3.700440 3.807355];

x = 12.5;
interpol_wert = Newton_Interpol(X,Y,x);
disp(['Exakter Wert: ' num2str(log2(x))]);
disp(['Interpolierter Wert: ' num2str(interpol_wert)]);
disp(['Fehler: ' num2str(abs(log2(x)-interpol_wert))]);

xplot1 = linspace(11,14,100);
intWert1 = xplot1;
intWert1 = Newton_Interpol(X,Y,xplot1);

figure;
plot(xplot1,intWert1,xplot1,log2(xplot1),'-');
xlabel('x')
legend('Interpolation','exakt')

figure;
plot(xplot1,(log2(xplot1)-intWert1));
xlabel('x')
title('Interpolationsfehler')

xplot2=linspace(1,50,500);
intWert2=xplot2;
intWert2=Newton_Interpol(X,Y,xplot2);
figure;
plot(xplot2,intWert2,xplot2,log2(xplot2),'-');
xlabel('x')
legend('Interpolation','exakt')

```

```

% Newton Interpolation mit Stuetzpunkten (X,Y)

function interpol_wert= Newton_Interpol(X,Y,x)

n=length(X)-1; % Grad des Interpolationspolynoms
divDiff=Y; % divDiff: dividierte Differenzen
for k = 2:n+1
    for i = n+1:-1:k
        divDiff(i) = (divDiff(i)-divDiff(i-1))/(X(i)-X(i-k+1));
    end
end
end

```

```
% Auswertung des Polynoms an x
interpol_wert=divDiff(n+1);
for k=n:-1:1
    interpol_wert = divDiff(k)+(x-X(k)).*interpol_wert;
end

end
```

Allgemeine Informationen zur Vorlesung und Übungsblätter befinden sich auf der Webseite <http://www.math.unibas.ch/~cohen>