

**Tentamenskriving i Flervariabelanalys del 2 (MAN 030)**

**Obs! Fråga 5 är värd 4 poäng. Alla andra frågor är värda 3 poäng.  
Godkänt 12 poäng (max.).**

1 (i) Med avseende på  $\mathbf{R}^2$ , definiera följande termer : *konservativt vektorfält, enkelt sammanhängande område.*

(ii) Bevisa en sats som ger ett nödvändigt och tillräckligt villkor, i termer av lämpliga partiella derivator, för ett  $C^1$ -vektorfält  $\vec{F} = (P, Q)$  att vara konservativt i ett enk. sam. öppet område  $\Omega$ .

2. Beräkna  $\int \int \int_D z^2 dV$ , där  $D$  är området begränsad av  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  och  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

3. Beräkna  $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$  där  $\vec{F} = (x^2z, xy^2, z^2)$  och  $\gamma$  är skärningskurvan mellan planet  $x + y + z = 1$  och cylindern  $x^2 + y^2 = 9$ , orienterad moturs sedd uppifrån.

4. Beräkna flödet av  $\vec{F} = (ye^{z^2}, y^3+z, xy)$  ur den del av cylindern  $x^2+y^2 = 9$  som begränsas av planen  $z = 0$  och  $z = y - 3$ .

5 (i) Beräkna  $\int_\gamma (x^3 - y^3) dx + (x^3 + y^3) dy$  där  $\gamma$  är den cirkelbågen från  $(1, 0)$  till  $(0, 1)$ , moturs.

(ii) Beräkna arean av området som begränsas av kurvan  $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, 0 \leq t \leq 2\pi$ . Skissera området.

6 (i) Formulera Abel's summering formel (bevisa den INTE!).

(ii) Formulera Dirichlet's test för konvergens av en serie  $\sum a_n b_n$  av produkter av reella tal, och bevisa den med hjälp av formeln i del (i).

7. Låt  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n \sin(\frac{x}{n})$ , när summan konvergerar.

(i) Vad är definitionsmängden  $D$  av  $f$ ?

(ii) Bevisa att  $f$  är kontinuerlig i det inre av  $D$ .

8. Ange konvergensskivan (centrum och radie) till serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2}}{n^2 3^{n+2}} (z-2)^n. \quad (1)$$

OBS! Det behövs inte undersöka serien på skivans rand.

Tentan beräknas vara färdiggrättad den \*\* \*\*\*\*\*. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas ut också telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.