MATEMATIK	Dag : 000418 Tid : 8.45 - 13.45.
Göteborgs Universitet	Hjälpmedel : Inga
Peter Hegarty	Vakt : Henrik Seppänen 0740-479626.

Tentamenskriving i Flervariabelanalys del 2 (MAN 030)

Obs! Fråga 5 är värd 4 poäng. Alla andra frågor är värd 3 poäng. Godkännt för 12 poäng (max.).

1 (i) Låt Ω vara ett begränsad område i planet med en C^1 rand. Formulera Green's sats för Ω.
(ii) Bevisa satsen i fallet att Ω kan delas upp i ändliga delområde Ω_i av formen

$$\Omega_i = \{(x,y) : a_i \leq x \leq b_i,\ \phi_i(x) \leq y \leq \psi_i(x)\}, \tag{1}$$

där ϕ_i, ψ_i är kontinuerliga funktioner.

2. Beräkna volymen av området mellan ytorna

$$z = x^2 + y^2 \quad \text{och} \quad 2 - z = +\sqrt{x^2 + y^2}. \tag{2}$$

3. Beräkna $\int_\gamma \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}$ där $\vec{\boldsymbol{F}} = (2z, x, y)$ och γ är skärningskurvan mellan paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $z = y$, orienterad moturs sedd uppifrån.

4. Beräkna flödet av $\vec{\boldsymbol{F}} = (2xy + 2z, y^2 + 1, -x - y)$ ur området Ω som begränsas av de fyra planen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ och $x + y + z = 4$.

5 (i) För ett C^2- vektorfält $\vec{\boldsymbol{F}}$ i rummet, verifiera att $\text{div}\left(\text{curl}\, \vec{\boldsymbol{F}}\right) = 0$.
(ii) Beräkna $\int_\gamma xe^y\, dx + \frac{1}{2}x^2 e^y\, dy$, där γ är den del av kurvan $y = x^2 - 2x + 2$ från $(1,1)$ till $(2,2)$.

6 (i) Definiera begreppet '*likfomigt konvergent*' för en följd (f_n) av reellvärda funktioner med gemensam definitionsmängd M säg.
(ii) Formulera och bevisa Weierstrass' M-test.

7. Låt $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{\sqrt{x^2+n^2}}$, när summan konvergerar.

(i) Vad är definitionsmängden D till f ?
(ii) Visa att summan konvergerar likformigt i varje kompakt delmängd till D.
(iii) Vilken slutsats kan du dra om f ?

8. Beräkna

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(n+1)3^{2n+1}}. \qquad (3)$$

Tentan beräknas vara färdigrättad den 24 april. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas ut också telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.