Facit till vårens kombinatorikuppgifter

1. Det finns $9 \times 10^{n-1}$ n-siffriga tal, för man har 9 val för den 1:a siffran och 10 val för var och en av de andra siffrorna. Tillämpa då MP.

2. Det finns 29 bokstäver i det svenska alfabetet. Därmed kan 29^n 'ord' skrivas med n bokstäver, enligt MP.

3. Det finns 23 val för var och en av bokstäverna (ty, enligt uppgift, så används varken I,Q,Z,Å,Ä eller Ö i registreringsnummer) och därmed 23^3 val för den delen av skylten. På liknande vis finns det 10^3 möjligheter för den numeriska delen. Därmed, enligt MP igen, så finns det totalt $23^3 \times 10^3 = 230^3$ möjliga registreringsnummer.

4. Det finns 3 möjligheter för varje match och 13 matcher. Därmed kan kupongen fyllas i på 3^{13} olika sätt.

5. Det finns bara 2 möjligheter per match om man ska alltid ha fel. Därmed finns det 2^{13} sätt att fylla i kupongen s.a. man har inga rätt.

6. Låt oss kalla eleverna för $e_1, e_2, ..., e_n$ och positionerna där de står (räknat från vänster till höger, säg) för $p_1, p_2, ..., p_n$.

1:A LÖSNING :

Först välj vem som står i position $p_1 \Rightarrow n$ möjligheter.
Näst välj vem som står i position $p_2 \Rightarrow n-1$ möjligheter, osv ....
Till slut har man bara ett val för vem som står i position p_n.

Svaret, enligt MP, är

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1,$$

dvs produkten av alla heltal från 1 till n. Det talet betecknas i matteböckerna som $n!$ och kallas för n *fakultet.*

2:A LÖSNING :

Först välj positionen för $e_1 \Rightarrow n$ möjligheter.

Näst välj positionen för $e_2 \Rightarrow n-1$ möjligheter, osv ...
Till slut blir det bara ett val för var man ska placera e_n.

Man leds till samma svar som förut förstås.

7. Svar : 52!

Det är precis samma uppgift som om man hade 52 elever att ställa upp på en rad.

8.

$$(i) \quad \frac{20 \times 19}{2}$$

$$(ii) \quad \frac{20 \times 19 \times 18}{2 \times 3}$$

$$(iii) \quad \frac{20 \times 19 \times \cdots \times (21-n)}{n!} = \frac{20!}{n!(20-n)!}$$

Förklaring av (iii) :

Täljaren står för antalet sätt att välja eleverna om vi tar hänsyn till ordningen i vilket de väljs. För man har 20 val för den 1:a utvalda eleven, 19 för den andra, 18 för den 3:e osv, och i allmänhet $21-n$ val för den n:te eleven.

I täljaren alltså räknas varje grupp av n elever lika många gånger som det finns sätt att ställa upp dessa på en rad. I föregående uppgift har vi sett att detta är $n!$ till antal. Man ska alltså dela med $n!$ för att varje grupp av n elever räknas bara en gång.

9 (i) Det finns 13 sätt att välja den match man får rätt på och 2^{12} sätt (se uppgift **5**) att gissa fel på de återstående matcherna.
Svar : 13×2^{12}.

(ii) Det finns $\frac{13\times 12}{2}$ sätt att välja de två matcherna man får rätt på (se uppgift **8(ii)**) och 2^{11} sätt att gissa fel på de återstående matcherna.
Svar : $\left(\frac{13\times 12}{2}\right) \times 2^{11}$.

(iii) Att ha 12 rätt är samma sak som att ha 1 fel.

Det finns 13 sätt att välja vilken match man gissar fel på och 2 sätt att gissa fel på den.

SVAR : $13 \times 2 = 26$.