

1. Uppgifter om dimensionsbegreppet

1. En skiva har area $12 m^2$. En annan har 3 ggr så lång radie. Vad är dess area ?
 2. En kvadrat har dubbelt så stor area som en rektangel. Ena sidan av kvadraten är tre ggr längre än motsvarande sidan av rektangeln. Vad är förhållandet mellan de andra sidorna i kvadraten och rektangeln ?
 3. Betrakta två kvadrater. Den enas area är 4 ggr större än den andras. Vad är förhållandet mellan deras sidolängder ? Samma fråga om vi byter ut 4 mot 5. Samma fråga om vi byter ut 4 mot n , där n är ett godtyckligt positivt heltal ?
 4. Vad är arean av en parallelogram med en sida x och motsvarande höjd y ? Varför ?
-
- 5 (i) En rektangel har omkrets $18m$ och sidolängderna är i förhållandet $1 : 2$. Vad är rektangelns area ?
(ii) Samma uppgift som (i) men denna gång så är sidolängderna i förhållandet $1 : 3$.
(iii) Nu har du i stället en rektangel vars area är $200 m^2$ och vars sidolängder är i förhållandet $1 : 2$. Vad är dess omkrets ?
-
- *6. Genom att variera förhållandet mellan sidolängderna och besvara uppgifter av typ (i) och (ii) ovan, försök gissa vilken bland alla rektangler av omkrets $18 m$ som har den största arean. Kan du bevisa att din gissning stämmer ?
7. En klot har volym $23 m^3$. En annan har 4 ggr så lång radie. Vad är dess volym ?
 8. Två cylindrar har samma volym. Den ena (A säg) är 9 ggr längre än den andra (B). Vad är förhållandet mellan deras radii ?

9. Vad är sidolängden i en kub med volym 8 ? med volym 9 ? med volym n , där n är ett positivt heltal ?

(Du får använda en miniräknare om du vill uttrycka svaret som ett decimaltal).

10 (i) Beräkna ytarean av en sluten cylinder med radie 10m och höjd 5m. (Ange svaret som ' $\pi \times$ någonting').

(ii) Kan du skriva ner en formel för ytarean av en sluten cylinder med radie r och höjd h ?

***11.** Oljebehållare brukar ha ungefär formen av en cylinder. Tillverkningskostnaden för en behållare är direkt proportionellt till dess ytarea förstås. För att minska kostnaderna vill man då välja en form för cylinderna så att de har störst möjliga volym för en given ytarea. Vilken form passar (dvs vad bör förhållandet vara mellan radien och höjden) ?

(TIPS : Räkna på ett flertal exempel för att försöka se ett mönster. Ett stort grattis till någon som hittar rätt svar och ett t.o.m. större grattis till den som lyckas BEVISA att svaret är rätt !).

12. Med tanke på formeln för volymen av en pyramid, kan du gissa rätt formeln för volymen av en kon med basradie r och höjd h ?

13 (i) Ett spetsglas har formen av en kon. Hur högt skall man fylla glaset om man vill fylla det till hälften ?

(ii) Samma uppgift, men för ett pyramidalt snarare än ett koniskt spetsglas.

14 (i) Något som ser ut som ett Toblerone paket kallas för en *prism*. Gå till en godisaffär och köp ett paket Toblerone. Hur skulle du beräkna paketets volym ? Gör det !

(ii) Säg att chokladföretaget vill ha ett speciellt erbjudande på Toblerone där de ger 20 procent extra gratis. Hur mycket större måste de göra paketen då (om de ska göra dem lika mycket större i alla riktningar) ? Du får använda en miniräknare om du vill uttrycka svaret med decimaltal.

2. Uppgifter om cirklar och vinklar

1. Genom att betrakta bilden nedan visa att

$$2 \cdot \sqrt{2} < \pi < 4.$$

2. Ytarea av en sfär, mätt i kvadratmeter, är lika med volymen av det inneslutna klotet, mätt i kubikmeter. Vad är sfärens radie ?

3. Hur många radianer svarar mot 30, 45, 60, 90, 135, 180, 270 resp. 320 grader ?

4. Vinkeln mellan två stjärnor på himlen är 7,2 grader. Stjärnorna befinner sig båda på avståndet 1000 ljusår. Hur långt (ungefär) är det mellan stjärnorna (i ljusår) ?

5 (i) Förklara varför $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ m.h.a. bilden nedan.

(ii) M.h.a. Pythagoras sats, beräkna följande

$$\sin \frac{\pi}{3}, \quad \sin \frac{\pi}{4}, \quad \cos \frac{\pi}{4}.$$

(iii) En regelbunden 6-hörning är inskriven i en cirkel av radie 1. Beräkna dess area.

6. Låt θ vara en spetsig vinkel. Förklara varför

$$\sin \theta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right).$$

7. Avståndet från jorden till solen är cirka 93 miljoner engelska mil. Beräkna (ungefär) jordens hastighet i sin omlopps bana runt solen.

(OBS! 1 engelsk mil $\approx 1,608$ kilometer. Antag att j omloppsbanan är en cirkel och att ett år består av 365,25 dygn).

3. Uppgifter om trianglar

1. Går det att rita en triangel med sidolängderna 1,2 och 3 ? För vilka trippler a, b, c av positiva reella tal finns det en triangel med dessa sidolängder ? Hur skulle man rita triangeln i sådana fall med passare och linjal ?
2. En triangel är *liksidig* om alla sidorna är lika långa. Varje vinkel är då 60 grader. Varför ?
3. En triangel är *likbent* om två av sidorna är lika långa. Basvinklarna α och β (se bilden) är då lika stora. Varför ?
4. Vad är summan av vinklarna i en 4-hörning ? I en 5-hörning ? I en 6-hörning ? I en n -hörning, där n är ett positivt heltal ?
5. Sidorna i en triangel är 2,3 och 4 meter. I en annan, likformig triangel är den längsta sidan 8 meter. Hur långa är de andra sidorna ? Vad blir svaret om den längsta sidan är 5 meter ?
6. Anna står framför Bertil. Om Bertil ligger på marken 5m framför Anna och tittar precis över huvudet på henne så ser han precis toppen på ett 20-våningshus långt bort. Om varje våning i huset är ca. 3m hög och Anna är 1,86m lång, hur långt bort är huset (från Anna) ?
7. Kalle (K) ska gå till ån och hämta vatten och sedan bära det till huset (H). Vilken punkt på ån ska han gå till för att gå så kort sträcka som möjligt ?

8. O är medelpunkten i cirkeln nedan och AB en diameter. C är en godtycklig punkt på cirkeln utom A och B själva. Bevisa att vinkeln ACB är rät.

(Tips : Betrakta trianglarna AOC och COB . Båda är likbenta - varför ? Utnyttja detta !)

9. Hypotenusen i en rätvinklig triangel är 25m och en katet är 7m. Hur lång är den andra kateten ?

***10.** Hitta så många olika rätvinkliga trianglar du kan vars tre sidolängder är allihop heltal. Finns det oändligt många sådan trianglar, tror du (upp till likformighet) ? Finns det något metodiskt sätt att hitta dem ?

11. Beräkna $\sqrt{137}$ till två decimalsiffror utan att använda en miniräknare.

12. Beräkna längden x i figuren nedan.

13. Beräkna längden x i figuren nedan utan att använda en miniräknare (ett bonus om du gör det utan att använda cosinusregeln).