

## 1. Talteori

1. Bevisa att  $\sqrt{3}$  är ett irrationellt tal.  
(TIPS : Imitera metoden för  $\sqrt{2}$  från föreläsningen).
2. Förklara varför kvadraten av varje udda tal lämnar rest 1 vid division med 8.
3. För var och ett av talparen nedan
  - (i) beräkna deras SGD m.h.a. Euklides algoritm
  - (ii) kolla svaret genom att ta fram bägge talens primtalsfaktoriseringar
  - (iii) beräkna deras MGM

472 och 192

870 och 114

850 och 68

664 och 106

567 och 495

- 4 (a) Motivera var och ett av följande 'delbarhetsknep' :

- (i) Ett tal är delbart med 2 (resp. 5) om och endast om dess sista decimalsiffra är det
- (ii) Ett tal är delbart med 4 om och endast om talet som utgörs av dess två sista decimalsiffror är det
- \* (iii) Ett tal är delbart med 9 (och därmed också med 3) om och endast om summan av alla dess decimalsiffror är det

- (b) Formulera ett knep för att testa delbarhet med 8, med 16, med en godtycklig 2-potens.

(OBS! Samma knep gäller för 5-potenser. Varför ?)

- \* (c) Formulera ett knep för att testa delbarhet med 11.

- 5 (i) Kan två efterföljande tal vara bägge två primtal ? I så fall vilka ?

- \* (ii) Kan tre efterföljande udda tal vara alla tre primtal ? I så fall vilka ?

6. Om ett givet tal inte är delbart med något tal mellan 2 och dess egna kvadratiske rot, då måste det vara ett primtal. Varför ?

**7 (delvis svår)** Skriv upp hela multiplikationstabellen för en 12-klocka. Vad har de tal man kan dela med gemensamt ? Gäller detta mer allmänt ? I så fall motivera varför (bra idé att räkna på  $n$ -klockor för olika  $n$  här). För vilka naturliga tal  $n$  kan man dela med vad som helst (utom noll) på en  $n$ -klocka ?

**8.** En kvinnlig löpare i världsklass springer 72-sekunders varv i ett 10000 m lopp. Var befinner hon sig på banan (hur långt från mållinjen alltså) 20 minuter in i loppet ?

(OBS! En friidrottsbana är 400m lång).