

## Extra uppgifter

1. För var och ett av talen nedan,
  - (a) ange talets primtalsfaktorisering
  - (b) ange därmed (eller på något annat vis) en fullständig lista över de tal som delar talet jämt

224 506 318 567 495.

2. Tag ett av talen ovan, säg 224. Ge flera (minst två) olika 'konkreta' formuleringar av uppgift **1(b)** ovan, som ett barn som är någorlunda bekant med division skulle förstå.

3. Lös var och en av uppgifterna nedan
  - (a) genom primtalsfaktorisering
  - (b) genom att köra Euklides algoritim

$$\text{SGD}(472, 192) = ?,$$

$$\text{SGD}(870, 114) = ?,$$

$$\text{SGD}(850, 68) = ?,$$

$$\text{SGD}(664, 106) = ?,$$

$$\text{SGD}(567, 495) = ?.$$

4. Tag första uppgiften i **3.** ovan. Ge flera (minst två) olika 'konkreta' formuleringar av uppgiften som ett barn som är någorlunda bekant med division skulle förstå.

- 5 (i) Kan två efterföljande tal vara bägge två primtal ? Vilka i så fall ? Motivera ditt svar.

(ii) Två primtal kallas för *tvillingar* om skillnaden mellan dem är två. Skriv ner 4 olika primtalstvillingsspar.

**\*(iii)** På liknande vis kallas tre primtal för *trillingar* om skillnaden mellan det största och det minsta av de tre är 4. Finns det några primtalstrillingar ? I så fall vilka ? Motivera dina svar.

6. Du har två hinkar, som rymmer A resp. B liter vatten, och obegränsad tillgång till vatten. För vilka av följande värden av A och B kan man mäta

upp 1 liter ? 2 liter ? 3 liter ? 5 liter ?

$$A = 58, \quad B = 16,$$

$$A = 96, \quad B = 33,$$

$$A = 112, \quad B = 51.$$

**\*7 (i)** Kör Euklides algoritm för att kolla att

$$\text{SGD}(68, 14) = 2.$$

M.h.a. detta, ange en metod för att mäta upp 2 liter vatten när du har 2 hinkar som rymmer 68 resp. 14 liter.

(ii) Samma uppgift men nu vill du mäta upp 4 liter givet två hinkar som rymmer 88 och 20 liter.

(iii) Samma uppgift men nu vill du mäta upp 5 liter givet två hinkar som rymmer 85 och 25 liter.

**\*8.** Vi betecknar med  $10!$  ('*tio fakultet*') produkten av alla heltalen mellan 1 och 10. Utan att skriva ut en fullständig lista, ange antalet tal som delar  $10!$  jämt.

**9.** Förklara på bästa sätt du kan varför

(i) summan av två udda tal är jämt

(ii) ett udda tal gånger ett jämt tal är jämt

(iii) ett udda tal gånger ett udda tal är udda.

**10.** Vad är den största möjliga arean av en fyrkant med omkrets (a)  $34 m^2$  (b)  $31 m^2$ .

**11 (i)** Skriv ner alla 18-kamratsparen och motsvarande produkterna. Ange minst tre olika mönster som är värda att påpeka i listan av produkterna.

**\*(ii)** Förklara så många som möjligt av dessa mönster på bästa sätt du kan.

**12.** Samma uppgift som **11**, men för 15-kamraterna.

**\*13.** Förklara m.h.a. bilder (eller på något annat vis, för någon som inte kan någon algebra) var och en av följande algebraiska identiteter

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy,$$

$$x^2 = (x + y)(x - y) + y^2.$$

14. För var och ett av talen nedan, ange resten som lämnas vid division med 2,5,4,8 och 9 :

12387659843 2287765445 3455211228769 111111111111111111

15 (i) Formulera i dina egna ord de knep du använder för att lösa uppgift 14.

(ii) Förklara på bästa sätt du kan varför var och ett av dessa knep alltid fungerar (förklaringen av knepen för 4,8 och 9 betraktas som \* uppgifter).

16 (i) Vad är de 67:e, 77:e och 87:e triangeltalen ?

(ii) Det 2621:a triangeltalet är 3436131. Vad är det 2623:e triangeltalet ?

(iii) Vilket triangeltal ligger närmast 786 ? 316 ? 1246 ?

17. Ange en formel för triangeltalen och förklara varifrån den kommer på bästa sätt du kan.

\*18. Det  $n$ :te triangeltalet är, enligt definition, summan av de  $n$  första positiva heltalen. Låt oss nu betrakta i stället den talföljd där det  $n$ :te talet i följd är, enligt definition, summan av de  $n$  första positiva UDDA talen.

(i) Ange en formel för talen i denna följd. (Tips : räkna ut de första fem eller sex talen i följd. Du kommer troligen att se mönstret tydligt).

(ii) Bevisa att denna formel alltid stämmer.

19 (i) Beskriv steg för steg hur du skulle flytta ett Hanoitorn bestående av 3 klossar (du har 3 stolpar och tornet befinner sig i början på stolpe 1).

(ii) Givet är en utskrift av en process för att flytta ett torn med 12 klossar på 4095 steg. Beskriv nu en optimal process för att flytta ett torn med 13 klossar. Hur många steg tar det ? Förklara varför din metod är optimal (dvs går inte att förbättra).

20 (halv askterisk) Hur skulle du förklara för någon latmask som hatar att göra aritmetiska uträkningar att var och en av följande ekvationer stämmer ?

$$\begin{aligned}48 \cdot 7^9 &= 7^{11} - 7^9, \\3^{101} - 1 &= 3 \left( 3^{100} - 1 \right) + 2, \\2^{18} - 2^{17} &= 2^{16} + 2^{16}.\end{aligned}$$

**21 (halv asterisk)** Ange svaren till följande uppgifter i termer av potenser av vissa tal. Du behöver inte räkna ut talen som bas-10 tal.

(i) Hur många olika tal delar talet

$$5 \times 7 \times 13 \times 23 \times 31 \times 37 \times 41 \times 61$$

(ii) På hur många olika sätt kan du fylla i en tipskupong om du inte får gardera ? (En tipskupong består av 13 rader. Att du inte får gardera innebär att du skriver 1, X eller 2 i varje rad).

(iii) Johnny ska färglägga en karta över de 25 EU-länderna. Han har pennor i fyra olika färger och ska använda bara en färg per land. På hur många olika sätt kan han färglägga kartan ?

**\*22.** Utan att räkna ut talen som bas-10 tal, kan du förklara varför

$$2^{20} - 1 = 2^{19} + 2^{18} + 2^{17} + \dots + 2^2 + 2^1 + 1.$$

**23 (halv asterisk)** Hur många matcher spelas i en knockout turnering med 9 omgångar om alla ska vara med från början ? Förklara.

**24.** Vilka av alternativen (a), (b) och (c) är korrekt i var och en av följande uppgifter ?

(i) Antalet decimalsiffror i  $2^{750}$  är

- (a) mellan 100 och 200
- (b) mellan 200 och 300
- (c) mellan 400 och 500.

(ii) Antalet decimalsiffror i  $9^{166} \times 11^{166}$  är

- (a) mellan 300 och 400
- (b) mellan 500 och 700
- (c) mellan 900 och 1000.

**25 (i)** Rita additionstabellerna för både en 7-klocka och en 8-klocka. Påpeka några mönster som tabellerna har/inte har gemensamt.

(ii) Rita nu multiplikationstabellerna i stället. Påpeka några mönster som tabellerna har/inte har gemensamt.

**26 (i)** I vilka rader i multiplikationstabellen för en 20-klocka förekommer alla talen mellan 0 och 19 ?

- (ii) Samma fråga för en 36-klocka.
- (iii) Samma fråga för en 30-klocka.

**\*27.** För var och en av följande par  $(X, Y)$ , ange

(i) antalet olika tal som uppstår längs den  $X$ :te raden i multiplikationstabellen för en  $Y$ -klocka

(ii)  $\text{MGM}(X, Y)$ .

$$X = 30, \quad Y = 110,$$

$$X = 28, \quad Y = 63,$$

$$X = 45, \quad Y = 210,$$

$$X = 51, \quad Y = 170.$$