2.40 Den Diofantiska ekvationen

$$ax + by = c$$

har en lösning om och endast om $SGD(a, b) \mid c$. Alltså har både (b) och (c) lösningar, men inte (a), eftersom $\mathrm{SGD}(6, 15) = 3$.

2.45 Vi letar efter den lösning till Diofantiska ekvationen

$$35x + 45y = 10000, \qquad x \geq 0,\ y \geq 0, \tag{1}$$

där x är så stor som möjligt. Först, simplificera ekvationen genom att dela med 5 så att man får

$$7x + 9y = 2000. \tag{2}$$

Vi noterar att $\mathrm{SGD}(7, 9) = 1$ och att

$$1 = 7 \cdot 4 + 9 \cdot (-3). \tag{3}$$

(Om du inte ser dessa fakta direkt, då kan du använda Euklides' algoritm). Om vi multiplicerar (3) med 2000, då får vi EN lösning till (2), nämligen $x = 8000, y = -6000$. Då ges den allmäna lösningen till (2) av

$$x = 8000 - 9n, \qquad y = -6000 + 7n. \tag{4}$$

Vi behöver $x \geq 0$, $y \geq 0$ och x maximal. Därför behöver vi $y \geq 0$ och minimal. Då ser man att man borde ta $n = \lceil \frac{6000}{7} \rceil = 858$, som ger lösningen $y = 6$ och $x = 278$.

Svar : 278.