

MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Peter Hegarty

Dag : xxxxxx Tid : 8.45 - 13.45.
Hjälpmedel : Inga
Vakt : Andrew Wiles 0740-350646.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (MAN 240)

≥ 12 poäng, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkänt. Denna gräns kan minskas efteråt.

1 (1p+1p) (i) Ange en övre gräns på antalet bilar i Sverige, med tanke på att inga två bilar får ha samma registrerings skylt (OBS! Gör inga ytterligare antaganden).

(ii) Hur många ord av längd 9 i bokstäverna A,B,C innehåller minst 5 st. A:en ?

2 (3p). Formulera och bevisa Dirac's sats om Hamilton cykler i enkla grafer.

3 (4x1p+2p). Men hänvisning till grafen i Fig. 1,

(i) Ange det kromatiska talet av den oviktade grafen.

(ii) Ange en matchning av maximal storlek i den oviktade grafen.

(iii) Ange ett spanning träd av minimal vikt i grafen.

Rikta nu grafen på följande sätt : alla vertikala kanter ska riktas uppåt och alla andra kanter från vänster till höger.

(iv) Ange en kortast väg från a till z i den riktade grafen.

(v) Ange ett maximalt flöde från a till z och en minimal cut-set.

4 (1.5p+1.5p). Låt G vara en enkel graf med 21 noder och antag att för varje par $x \neq y$ av noder så gäller att

$$\deg(x) + \deg(y) \geq 20.$$

Avgör om var och ett av följande påståenden är sant eller falsk Om det är sant ge ett bevis, om det är falsk ge ett motexempel :

(i) G är sammanhängande,

(ii) G har en triangel.

5 (1p+2p) (i) Formulera Inclusion-Exclusion principen.

(ii) Ange en formel för d_n = antalet 'derangements' av $\{1, \dots, n\}$, och bevisa formeln med hjälp av I-E principen.

6 (2p). Låt u_0, u_1, \dots vara en följd av heltal som satisfierar recurrence relationen

$$\begin{aligned}u_{n+2} &= 6u_{n+1} - 9u_n + 2n + 3, \\u_0 &= 3, \quad u_1 = 4.\end{aligned}$$

Ange en sluten formel för u_n .

Obs! Tentan beräknas vara färdigklädd den 10 juni. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.