

Tentamenskriving i Diskret Matematik (MAN 240)

≥ 12 poäng, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkänt. Denna gräns kan minskas efteråt.

1 (1p+1p) (i) Hur många 16-siffriga kreditkortnummer innehåller 3 nollor och 4 ettor ?

(ii) Låt $n > 3$ vara ett heltal. Hur många permutationer av $\{1, \dots, n\}$ resulterar i att minst tre tal förflyttas ?

2 (4x1p+2p). Man hänvisas till grafen G i Fig.1.

(i) Ange en Hamilton cykel i den 'oviktade' grafen G^* eller förklara varför ingen sådan existerar.

(ii) Ange $\chi(G^*)$ och en explicit optimal färgning av G^* .

(iii) Ange ett spanning träd av minimal vikt i G .

Rikta nu G enligt följande regler : (a) alla vertikala kanter riktas uppåt
(b) alla andra kanter riktas från vänster till höger.

(iv) Genomför Dijkstra's algoritim för att hitta en kortast väg från A till K (skriv ner vilken kant du väljer i varje steg).

(v) Kör nu FF-algoritmen för att hitta ett maximalt flöde från A till K och en minimal cut-set (skriv ner vilken augmenting väg du väljer i varje steg).

3 (3p). Låt G vara en enkel graf med n noder. Formulera och bevisa en sats om det minsta antalet kanter som garanterar att G innehar en triangel.

4 (2p). Låt G vara en sammanhängande graf med minst 2 noder. Bevisa att G har minst 2 noder v med följande egenskap :

Om vi tar bort noden v och alla kanterna igenom den, då är den återstående grafen fortfarande sammanhängande.

5 (0.3p+1.3p+1.4p) (i) Definiera Catalan talen C_n .

- (ii) Ange och förklara rekursion formeln för C_n .
(iii) Bevisa att genererande funktionen $F(x)$ för Catalan talen ges av

$$F(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4x}}{2x}.$$

6 (3p). Lös fullständigt följande recurrence relation (dvs ange en sluten formel för u_n) :

$$\begin{aligned} u_n &= 4a_{n-1} + 5a_{n-2} + 3^n \quad \forall n \geq 2, \\ u_0 &= 4, \quad u_1 = -1. \end{aligned}$$

Obs! Tentan beräknas vara färdigklädd den 9 juni. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.