

MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Peter Hegarty

Dag : 020824 Tid : 8.45 - 13.45.
Hjälpmedel : Inga
Vakt : Håkan Samuelsson 0740-350646.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (MAN 240)

≥ 12 poäng, inkl. bonus från inlämningsuppgifterna, ger godkänt. Denna gräns kan minskas efteråt.

1 (3p). Låt G vara en sammanhängande graf med n noder. Bevisa att G saknar cykler om och endast om G har $n - 1$ kanter.

2 (2p+2p+3p). Man hänvisas till grafen G i Fig. 10-5 (a).

(i) Ange en maximal matchning i den 'unweighted' grafen.

(ii) Ange ett spanning träd av minimal vikt i G .

(iii) Rikta nu G enligt följande regler : (a) alla vertikala kanter riktas uppåt (b) alla andra kanter riktas från vänster till höger.

Ange nu ett maximalt flöde från a till z och en minimal cut-set.

3 (0.2p+2.8p). (i) Definiera det kant-kromatiska talet $\Phi(G)$ av en graf G .

(ii) Låt G vara en bipartite graf. Bevisa att $\Phi(G)$ är lika med den maximala graden av en nod i G .

4 (3p). Låt S vara en ändlig mängd. Bevisa *kombinatoriskt* att antalet delmängder till S som har ett jämnt antal element är lika med antalet delmängder som har ett udda antal element.

OBS! Med ett kombinatoriskt bevis menar jag att du ska ange en explicit 1-1 korrespondens mellan 'jämnna' och 'udda' delmängder.

5 (3p). Låt u_0, u_1, \dots vara en följd av heltal som satisfierar recurrence relationen

$$\begin{aligned} 2u_{n+2} &= 7u_{n+1} - 3u_n + n, \\ u_0 &= 1, \quad u_1 = 2. \end{aligned}$$

Ange en sluten formel för u_n .

6 (3p). Låt n, k vara positiva heltal med $n \geq 2$ och $k \leq n$. Låt $f(n, k)$ beteckna antalet delmängder till $\{1, \dots, n\}$ som (a) innehåller k st. element (b) ej innehåller två konsekutiva heltal. Bevisa att

$$f(n, k) = f(n - 2, k - 1) + f(n - 1, k).$$

OBS! Du behöver INTE lösa denna recurrence relation.

7 (3p). Ge en explicit konstruktion av en $2 - (23, 11, 5)$ design.
(Ledning : Använd en lämplig differens mängd i en lämplig \mathbf{F}_q).

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 29 augusti. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.