

MATEMATIK

Dag : 040110 Tid : 8.45 - 13.15.

Chalmers Tekniska Högskola Hjälpmedel : Inga

Peter Hegarty

Vakt : Peter Hegarty.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (TMA 055)

62 poäng på denna tenta och 147 poäng totalt, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkänt.

Obs! Du får använda satser från föreläsninganteckningarna eller kursboken utan att bevisa dem.

1 (25p) Ange resten vid division med 72 av

$$(7^{75} + 5^{50})^3$$

2 (25p) Lös fullständigt recurrence relationen

$$u_0 = 2, \\ u_n = 5u_{n-1} + 4^n + 2, \quad \forall n \geq 1.$$

3 (25p) Ange alla heltalslösningar till systemet

$$2x \equiv 7 \pmod{11} \\ x \equiv 4 \pmod{16} \\ x \equiv 1 \pmod{23}.$$

Ange speciellt den minsta positiva lösningen.

4 (25p) Ange en 'formel' (dvs du behöver inte räkna ut det exakta decimaltalet) för antalet permutationer

$$\pi : \{1, \dots, 100\} \rightarrow \{1, \dots, 100\}$$

som uppfyller

$$\pi(1) \notin \{10, 11\}, \quad \pi(2) \notin \{20, 21\}, \quad \pi(3) \notin \{30, 31\}.$$

5 (5p+10p+10p) För del (i) och (ii) hänvisas man till grafen i Fig. 1.

(i) Ange ett minimalt spanning träd för den oriktade grafen (visa i vilken ordning du väljer kanterna).

(ii) Tillämpa Dijkstras algoritm för att hitta en kortaste väg från a till k . Skriv ner vilken kant du väljer i varje steg.

(iii) Rita alla olika (dvs icke-isomorfa) träd på 7 noder.

6. Ett positivt decimaltal vars alla siffror är ettor kallas för en *repunit*. Det visar sig att, för nästan alla primtal p , den repunit som består av $p - 1$ st ettor är delbart med p .

Bevisa detta och ange de (få) primtal för vilket resultatet inte stämmer.

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 28 april. Då kan den hämtas HOS MIG mellan kl. 15:30-17:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 5371 eller email hegarty@math.chalmers.se.