

1 (13.1.1 in Biggs) Without doing any long multiplication, show that

(i) $1234567 \times 90123 \equiv 1 \pmod{10}$,

(ii) $2468 \times 13579 \equiv -3 \pmod{25}$.

2 (13.1.2 in Biggs) Use the method of casting out nines to show that two of the following equations are false. What can be said of the third ?

(i) $5783 \times 40162 = 233256846$,

(ii) $9787 \times 1258 = 12342046$,

(iii) $8901 \times 5743 = 52018443$.

3. Ange resten vid division med 19 av

$$(7^{143} + 13^{261})^{11}.$$

4. Ett av de mest kända öppna problemen inom hela matematiken är det s.k. *primtvillingars problemet*, som frågar om det finns oändligt många primtal p så att $p + 2$ är också ett primtal.

Betydligt lättare är det att lösa *primtrillingars problemet*, som letar efter de primtal p så att både $p + 2$ och $p + 4$ är också primtal. Gör det !

5. Genom att tänka modulo 8, bevisa att den Diofantiska ekvationen

$$x^2 - 5y^2 = 122$$

saknar helt och hållet heltalslösningar.