Uppgifter för vecka 3

1 **(a)** Beräkna derivatan till $f(x) := \frac{1}{x^2+1}$ i $x = 2$ utifrån definitionen av derivata.
(b) Därmed ange ekvationerna till tangenten och normalen till kurvan $y = \frac{1}{x^2+1}$ i punkten $(2, \frac{17}{5})$. Gör en skiss av denna kurva.
(c) Repetera **(a)** men m.h.a. reciprocalformeln i stället.

2. Derivera

$$f(x) := \frac{(x^2-3)(x-4)^2}{x^2+x+1}$$

m.h.a. deriveringsreglerna för $+, -, \times, \div$, men utan att använda kedjeregeln !

3 **(a)** Använd produktregeln för att derivera $y = \sqrt{x}$ då $x > 0$.
(b) Mer allmänt, använd produktregeln för att derivera $y = x^{p/q}$ då $x > 0$, dvs en godtycklig rationellpotensfunktion.

4 **(a)** Undersök

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} \frac{\sqrt{x^2+2x^3} - \sqrt{x^2-2x^3}}{x^2}.$$

(b) Vad kan man säga om

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} \frac{\sqrt{2x^3+x^2} - \sqrt{2x^3-x^2}}{x^3}.$$

5. Antag att

$$\lim_{x \to 0} \frac{2^x - 1}{x} = \ln 2.$$

(Detta kommer vi att kunna bevisa om ett par veckor). Härleda följande g.v.:

$$\lim_{x \to 0} \frac{2^x-1}{3x}, \qquad \lim_{x \to 0} \left(x + 4 + \frac{4}{x}\right)(2^x - 1),$$
$$\lim_{x \to 0} \frac{4^x - 2^{x+1} + 1}{x^2}, \qquad \lim_{x \to 0} \frac{4^x - 1}{x}.$$