

TMV155/175 Inledande matematik M och TD, ht 06

Vecko-PM läsvecka 5.

Adams: Kapitel 4

Mål: Det övergripande målet med kapitlet är att du skall få en stor variation i ditt sätt att tänka om derivator. Den idé som presenterades i kapitel 3, derivata som riktningskoefficient för tangentlinjen räcker inte till för framtida tillämpningar. Här läggs grunden till att du självständigt skall kunna använda matematiska modeller i framtida studier, examensarbete, forskning, yrkesliv.

4.1 Relativa ändringshastigheter

Innehåll:

Ändringshastigheter för storheter med inbördes samband.

Mål: Att kunna ställa upp matematiska samband mellan storheter utgående från en beskrivande text samt att med hjälp av derivering (i vissa fall implicit derivering) bestämma ändringshastigheter för dessa storheter. Lösningsgången, som presenteras på sidan 212 är generell vid modellering, även inom andra områden

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|-------------------|----------------------|
| RAA 4.1 | 1 | 6, 13, 20 | 37 |

4.2 Extremvärden

Innehåll:

Absoluta och lokala maximum och minimum (extremvärden). Metod för att finna absoluta extremvärden med hjälp av derivatan.

Mål: Att kunna bestämma absoluta och lokala extremvärden till given funktion på såväl slutet och begränsat intervall som på intervall där gränsvärdesberäkning kan vara nödvändig. Sats 4.2 är central vid problemlösning, den skall du kunna formulera, tillämpa och bevisa.

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|------------------------|----------------------|
| RAA 4.2 | 2, 7, 12 | 22, 27, 32, 37, 42, 46 | 48 |

4.3 Konvex och konkav funktion, inflektionspunkter

Innehåll:

Begreppen konvex (concave up) och konkav (concave down). Begreppet inflexionspunkt.

Mål: Att kunna utnyttja andraderivatan för att bestämma inflexionspunkter och avgöra om en funktion är konvex eller konkav på ett intervall.

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|-------------------|----------------------|
| RAA 4.3 | 1, 9 | 10, 17, 22 | 41 |

4.4 Grafritning

Innehåll:

Vertikala, horisontella och sneda asymptoter till funktionsgrafer. Kurvritning med hjälp av asymptoter, första derivatan och andraderivatan.

Tillägg: **Sats:** Grafen till $y = f(x)$ har en sned asymptot $y = ax + b$ då $x \rightarrow \infty$ om och endast om $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$ och $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax) = b$. Motsvarande gäller även för asymptoter då $x \rightarrow -\infty$.

Mål: Att kunna bestämma alla asymptoter till en funktion, att kunna avgöra i vilka intervall funktionen är växande eller avtagande, konvex eller konkav, kunna bestämma alla lokala extremvärden och inflexionspunkter och med stöd av allt detta kunna rita funktionens graf. Att själv kunna avgöra med vilken precision en graf behöver ritas för att en viss fråga skall kunna besvaras. Att, i samband med studiet av grafen, kunna bestämma en funktions värdemängd och besvara frågor som: Hur många lösningar har ekvationen $f(x) = a$?, För vilka x är $f(x) > g(x)$?

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| RAA 4.4 | 1, 2, 3, 5 | 10, 15, 21, 24 | |
| RAA 4.4 | | Extra övningar kommer | |

4.5 Extremvärdesproblem

Innehåll:

”Verkliga problem” där det gäller att finna största eller minsta värdet av något.

Mål: Att kunna ställa upp matematiska samband mellan storheter utgående från en beskrivande text samt att med hjälp av derivering (i vissa fall implicit derivering) bestämma extremvärden. Den blåmarkerade lösningsgången är allmängiltig vid matematisk modellering.

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|------------------------|----------------------|
| RAA 4.5 | 1, 3, 7 | 18, 21, 26, 37, 38, 47 | |

4.6 Numerisk ekvationslösning

Innehåll:

Newtons metod och fixpunktmetoden

Mål: Att kunna använda båda metoderna för att lösa ekvationer numeriskt. Försök skriva datorprogram för båda. Vi återkommer till detta nästa kurs, inslaget examineras inte nu.

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|-------------------|----------------------|
| RAA 4.6 | | 15, 16, 17 | 24, 25 |

4.9 Mer om gränsvärden

Innehåll:

Obestämd form och l'Hospitals regler.

Mål: Att kunna tillämpa l'Hospitals regler vid beräkning av gränsvärden. Men låt inte dessa regler ersätta kunskap om de standardgränsvärden och tekniker vi studerat tidigare i kursen, det finns många gränsvärdesberäkningar där l'Hospitals regler inte ger någon hjälp. En god idé är att testa både l'Hospitals regler och annan teknik för att lösa de olika uppgifterna.

Rekommenderade övningar:

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|-------------------|----------------------|
| RAA 4.9 | 3, 4 | 15 | 33 |