Laboration 1:
Spegling i linjer och plan.

Inledning

Kommandon som kan vara till nytta i dessa uppgifter :

norm	beräknar längden av en vektor.
det då dimensionen.	
acos	arcus-cosinus.
dot	beräknar skalärprodukten av två vektorer (alternativt: x'*y om x och y är kolo
cross	beräknar vektorprodukten av två vektorer (aktuellt i nästa lab).

Vinkeln mellan två vektorer

Uppgift 1: Skriv en funktionsfil som beräknar vinkeln mellan två givna vektorer.
Matematisk formel :

$$\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y} = |\boldsymbol{x}||\boldsymbol{y}| \cos v$$

Funktionsfil: *function v=vinkel*(x, y)
Input : x,y - två vektorer
Output : v - vinkeln mellan x och y. Programmet skall ge vinkeln mellan vektorerna (valfri vinkelenhet). Skriv gärna programmet så att det inte spelar någon roll om vektorerna matas in som kolonnvektorer eller som radvektorer. Testa funktionen på vektorerna $\boldsymbol{a}$ och $\boldsymbol{b}$.

Spegling

Matematisk bakgrund :
Låt planet π vara givet som $Ax+By+Cz = D$. Dividerar vi ekvationen med $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, så får vi en ny ekvation $ax + by + cz = d$, och en normalvektor $\boldsymbol{n} = (a, b, c)$ av längd 1. Tag en punkt med ortsvektorn $\boldsymbol{x}$, och låt $\boldsymbol{p}$ och $\boldsymbol{s}$ vara ortsvektorn för ortogonala projektionen respektive speglingen av $\boldsymbol{x}$ i planet π. Om nu $\boldsymbol{x}_0$ är ortsvektorn för en punkt i planet så ger projektionsformeln

$$\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x} = ((\boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n} = (\boldsymbol{x}_0 \cdot \boldsymbol{n} - \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n} = (d - \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n}$$

(Observera att $\boldsymbol{x}_0 \cdot \boldsymbol{n} = d$ för en punkt på planet)
För spegelpunkten gäller $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{x} + 2(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x})$, dvs

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{x} + 2(d - \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n}$$

Uppgift 2: Skriv ett program som gör följande:
Givet planet $Ax + By + Cz = D$ och en punkt $\boldsymbol{x}$ i rummet, beräkna spegelbilden $\boldsymbol{s}$ av $\boldsymbol{x}$ i planet.
Funktionsfil:
function $[s, M]$=*spegel*(x, A, B, C, D)
Input : Punkten x och parametrarna i planets ekvation.

Output : Spegelbilden s. Dessutom standardmatrisen M för den linära avbildningen i specialfallet då $D = 0$.
(Om $D \neq 0$ så gäller: $S(\boldsymbol{x}) = M\boldsymbol{x} + S(\mathbf{0})$, en s k *affin* avbildning).

För bästa anpassning till nästa uppgift, presentera alla förekommande vektorer som kolonnvektorer. Testa funktionerna på några lämpligt valda plan och punkter, för vilka man lätt kontrollerar att resultaten stämmer.

Ritning av godtyckliga figurer

Vi vill kunna rita godtyckliga plana figurer med MATLAB, exempelvis en kurva $(x(t), y(t))$ på parameterform eller en polygon. Detta kan göras genom att skapa en koordinatmatris för de punkter vi vill rita. Denna matris kan skrivas på något av följande sätt

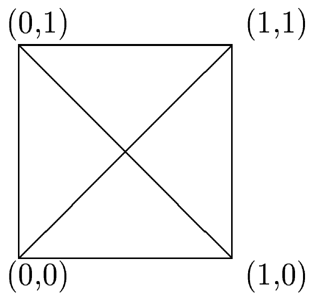
$$P = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 & \boldsymbol{p}_2 & \dots & \boldsymbol{p}_n \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{x}$ och $\boldsymbol{y}$ är då radvektorer av längd n av x- resp y-koordinatern för punkterna, medan $\boldsymbol{p}_i$ är en kolonn vektor med kordinaterna för en punkt. Om vi vill rita en kurva på parameterform så väljer vi $\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} x(t_i) \\ y(t_i) \end{bmatrix}$ för tilläckligt täta t-värden. En polygon får vi om vi låter $\boldsymbol{p}_i$ vara hörnen uppräknade i en lämplig ordning.

Vi ritar nu figuren genom att plotta x-koordinaterna mot y-koordinaterna med kommandot

```
>> plot(P(1,:),P(2,:) .
```

Pröva genom att rita figuren nedan!



Uppgift 3: Rita en triangel, vars hörn är punkterna (a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3), där talen a_1, a_2, a_3 och b_1, b_2, b_3 kan få vara de 3 sista siffrorna i era personnummer (byt gärna ut någon koordinat, om triangeln blir alltför flack). Använd funktionen "spegel" i föregående avsnitt för att bestämma figurens spegelbild i linjen $x + 2y = 1$. Observera att spegling i plan ska bytas ut mot spegling i linje: välj $C = 0$ och mata in vektorn $\boldsymbol{x}$ med z-koordinaten noll. Plotta linjen, figuren och dess spegelbild i samma figur.