MATEMATIK **Hjälpmedel: ordlistan från kursens webbsida, ingen räknedosa**
Chalmers tekniska högskola Datum: 2009-02-13 kl. 13.15 – 13.45

Linjär Algebra Z, Dugga 2

NAMN: ....

Personnummer: ....

1 Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Varje korrekt svar ger +0.5p, varje felaktigt svar ger -1,0p. En negativ poängsumma avrundas till noll. (2p)

(a) Om kolonnerna i $n \times n$ matrisen A är linjärt beroende så är $\det(A) = 0$. Svar: ....

(b) Om A inte är nollmatrisen och $BA = CA$ så är $B = C$. Svar: ....

(c) Om A och B är två inverterbara $n \times n$ matriser så är $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$. Svar: ....

(d) Inversen till $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ är $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Svar: ....

2 (a) Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ (1p)

(b) Skriv $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -10 \\ 10 \end{bmatrix}$ som en linjärkombination av $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ (1p)

3 (a) Bestäm inversen till $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. (1p)

(b) Vilket/vilka av nedanstående par L och U ger LU-faktoriseringen av $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$. Motivera svaret. (1p)

i. $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

ii. $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{bmatrix}$

iii. $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{bmatrix}$

iv. $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$