

**MATEMATIK**  
Chalmers tekniska högskola

**Inga hjälpmedel**  
Datum: 2010-02-26. Skrivtid: 40 minuter

## Linjär Algebra Z, Dugga 3

---

**NAMN:** .....

**Personnummer:** .....

**Poäng:** .....

1 Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig, och behöver ej svara på alla delfrågor. Varje rätt svar ger +0,5 poäng, varje fel svar -1,0 poäng. En negativ poängsumma avrundas till noll. (2p)

(a) Om  $A$  är en  $32 \times 33$  matris sådan att  $\dim(\text{Nul}(A)) = 3$ , då är  $\text{rank}(A) = 29$ . Svar: .....

(b) Låt  $V$  vara ett vektorrum sådan att  $\dim(V) = 6$  och  $W$  ett underrum till  $V$  sådan att  $\dim(W) = 4$ . Låt  $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4\}$  vara en bas till  $W$ . Då kan vi alltid hitta vektorer  $\mathbf{v}_5, \mathbf{v}_6 \in V$  sådan att  $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4, \mathbf{v}_5, \mathbf{v}_6\}$  är en bas till  $V$ . Svar: .....

(c) Vektorn  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  är en egenvektor till matrisen  $\begin{bmatrix} 227 & 231 \\ 216 & 242 \end{bmatrix}$ . Svar: .....

(d) Talet 1 är ett egenvärde till matrisen  $\begin{bmatrix} 48 & 100 \\ 39 & 84 \end{bmatrix}$ . Svar: .....

2 Låt

$$\mathcal{B} := \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}, \quad \mathcal{C} := \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Bestäm basbytesmatrisen (koordinatbytesmatrisen)  ${}_{\mathcal{C}}P_{\mathcal{B}}$  samt koordinatvektorn  $[\mathbf{x}]_{\mathcal{C}}$ .

3 Bestäm en inverterbar matris  $P$  och en diagonalmatris  $D$  sådan att  $A = PDP^{-1}$ , där  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -7 & -5 \end{bmatrix}$ .