

MATEMATIK OCH KOMMUNIKATION

ETT SAMTAL OM MATEMATIKENS ROLL I SKOLAN OCH SAMHÄLLET

JULIUSZ BRZEZINSKI

<http://www.math.chalmers.se/~jub/LAU150.ht2002>

MATEMATISKT CENTRUM
GÖTEBORGS UNIVERSITET
OCH
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

PLAN

- ATTITYDER TILL MATEMATIK
- VARFÖR ÄR MATEMATIK VIKTIG?
- MATEMATIKENS ROLL I SAMHÄLLET
- VAD ÄR MATEMATIK?
- VARFÖR UPPFATTAS MATEMATIK SOM BÖRDA?
- HUR OCH VARFÖR KOMMUNICERAR MAN MED HJÄLP AV MATEMATIK?
- VAD ÄR SKOLMATEMATIK?
- HUR OMFATTANDE KUNSKAPER I ÄMNET BEHÖVER MAN FÖR ATT UNDERVISA I SKOLAN?

MATEMATIKENS AFFEKTIVA ASPEKTER

”Få vuxna förhåller sig känslomässigt neutrala till ämnet.”

”Tidigare erfarenheter av skolmatematikens innehåll och arbetsformer har en avgörande betydelse för den vuxnes förhållningssätt och attityder till matematikämnet.”

Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM),

Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne,

Göteborg, 2002

”MATEMATIKTERMOMETER”

MITT INTRESSE FÖR MATEMATIK:

- (VARMT) INTRESSERAD
- (SVALT) LIKGILTIG
- (FROSTIGT) HELT OINTRESSERAD

MIN SYN PÅ MATEMATIK:

- SVÅR
- OBEGRIPLIG
- INTE SÅ SVÅR
- INTRESSEVÄCKANDE
- FÄNGSLANDE

MATEMATIKENS “OBJEKTIVA” RELEVANS (i samhället):

- INTE SÅ VIKTIG
- VIKTIG
- MYCKET VIKTIG

MATEMATIKENS KARAKTÄR SOM SKOLÄMNE:

- AUKTORITÄR
- DEMOKRATISK

MATEMATIKENS AFFEKTIVA ASPEKTER

”Negativa skolerfarenheter i ungdomsåren formar vuxnas självbild och tillit till den egna förmågan. En effekt av detta är att motivationen för studier och lusten att lära nytt senare i livet i många fall saknas eller är låg. Speciellt uttalat är detta för matematikämnet.” (sid. 96)

”Den vuxnes förhållande till (matematik)ämnet får därför en starkt självcensurerande effekt angående vilka framtida studier och livsmål som ter sig möjliga.” (sid. 6)

Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM),
Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne,
Göteborg, 2002

MATEMATIK ÄR VIKTIG

UTBILDNING

- ett kärnämne i skolan
- grunden för naturvetenskap, teknik och flera tillämpningar inom andra områden (t ex samhällsvetenskap, språk, konst)
- grunden för flera inriktningar av högskolestudier

BILDNING

- en viktig del av vår civilisation och kultur ("allmänbildning")
- ett viktigt och intressant bildningsämne ("personlig nytta")

HEJ MATEMATIK från GP

BBC & Keith Devlin: “THE LIFE BY NUMBERS”

- Hur får leoparden sina prickar?
- Hur gör skridskoåkaren trippelaxel?
- Hur började universum?
- Hur kan man se oceanernas botten?
- Hur kan man särskilja virus?
- Hur skapar man filmeffekter?

”Endast ett av det mänskliga intellektets verktyg har den styrka och mångsidighet som krävs för att besvara så skiftande frågor om vår värld – matematiken. Matematiken tillhandahåller det kraftfullaste av alla hjälpmedel för att utforska universum, från oceanernas mörkaste djup till det svagaste sken från avlägsna galaxer...”

VAD ÄR MATEMATIK?

”Vad sysselsätter matematiker om inte ordning och förhållanden?”

Aristoteles

Denna storslagna bok, vårt universum ... kan inte förstås om man inte först lärt sig att begripa språket och läsa de bokstäver som den är skriven med. Den är skriven på matematikens språk.

Galileo Galilei

På frågan ”Vad är matematik?” kan man inte svara entydigt enbart genom filosofiska generaliseringar, semantiska definitioner eller med tidnings-journalistisk mångordighet. På samma sätt är det omöjligt att definiera musik eller målarkonst: ingen kan förstå dessa konstarter utan att förstå rytm, harmoni och tonsättning i musiken eller form, färg och komposition i målarkonsten. För att förstå matematikens väsen är det nödvändigt att i ännu större grad tränga in i dess beståndsdelar.

Richard Courant i boken
”Vad är matematik?”

”Matematik är som en stor stad vars förstäder lite kaotiskt växer hela tiden och vars centrum då och då byggs om och utvidgas successivt varje gång enligt en ny och klarare plan samtidigt som gamla stadsdelar med deras labrynter av små gator ersätts med nya vars gator är större, bredare rakare och bekvämare.”

Nicolas Bourbaki

”Första omgången rätter utgjordes av fårbog, skuren i form av en liksidig triangel, oxkött i romboidform och en sorts pudding formad till cykloider. Andra omgången mat utgjordes av två änder, hopknutna till formen av fjoler; korvar och andra puddingar liknade fjöjter och oboe, och kalvbringa hade form av en harpa. Tjänarna skar vårt bröd till koner, cylindrar, parallelogrammer och åtskilliga andra matematiska figurer.”

Jonathan Swift i ”Gullivers resor”

VAD ÄR MATEMATIK?

Källa: Nationalencyklopedin © Bokförlaget Bra Böcker AB 1997, 1998 matematik (lat. mathema'tica (ars), av likabetydande grek. mathesmatikes' (te'chnes), av ma'thesma "kunskap", "läroämne"), en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling.

Definitionen kan kommenteras på följande sätt. **Matematiken är abstrakt:** den har frigjort sig från det konkreta ursprunget hos problemen, vilket är en förutsättning för att den skall kunna vara **generell**, dvs. tillämpbar i en mångfald situationer, men också för att den logiska giltigheten hos resonemangen skall kunna klarläggas.

Att matematik är en **vetenskap** innebär bl.a. att den uppfyller högt ställda krav på verifierbarhet ... varje påstående måste kunna verifieras.

... matematiken är en vetenskap: trots att det finns tusentals matematiska teorier och många skapas varje år, och trots att det publiceras flera tiotusentals matematiska uppsatser varje år med hundratusentals nya satser av skilda slag och med inriktning mot mycket varierande tillämpningar, utmärks matematiken av en så **stark inre enhetlighet och sammanhållning i tillvägagångssätt och angreppsmetoder** att det vore oberättigat att tala om annat än en vetenskap.

Christer Kiselman, Jan-Erik Roos

MATEMATIKENS STYRKA – ABSTRAKTION

Just matematikens abstrakta karaktär gör att den kan tillämpas på många skiftande problem:

- Redan talbegreppet är mycket abstrakt: 12 kan stå för 12 människor, 12 kronor, 12 ägg, arean av en rätangel med sidorna 3 och 4 osv. 12 finns helt oberoende av människor, kronor, ägg eller rektanglar.
- Likheten

$$\frac{2}{0.5} = 4$$

gäller helt oberoende av tolkningen av talen 2 och 0.5:

“Ber du om lösningen på uppgiften (ovan) blir det tvärstopp. Frågar du däremot hur många 0.5-litersdunkar som behövs till 2 liter olja klarar alla uppgiften” (GP, “Huvudräkning ett minne blott”, 26/1, 2000).

Hur blir det om det skulle behövas 4.5 liter olja i 0.75-litersdunkar?

Konkreta exempel underlättar inlärningsprocessen, men det är helt nödvändigt att förstå vikten av matematikens universella karaktär.

MIN FÖRSTA DATOR

Firman lämnar "Chalmers rabatt" på 15%. Ägaren frågade mig om jag föredrog att få denna rabatt på priset före moms eller efter (som då var 20%). Hur skall jag välja?

Datorn skulle kosta A kronor utan moms.

Rabatt före moms:

$$\begin{aligned} & (A - 0,15A) + 0,20(A - 0,15A) = \\ & = A - 0,15A + 0,20A - 0,20 \cdot 0,15A = 1,02A \end{aligned}$$

Rabatt efter moms:

$$\begin{aligned} & (A + 0,20A) - 0,15(A + 0,20A) = \\ & = A + 0,20A - 0,15A - 0,15 \cdot 0,20A = 1,02A \end{aligned}$$

EN TURNERING

Man ordnar en turnering (i t ex armbrytning) med 32 deltagare. I varje match mellan två deltagare faller förloraren bort från turneringen. Vinnaren går vidare. Hur många matcher kommer man att spela?

“En amatör:” Först har vi sexton matcher – 16 deltagare faller bort. Därefter har vi 8 matcher – 8 deltagare faller bort. Då har vi 8 deltagare som spelar 4 matcher. 4 deltagare slutar och 4 är kvar. Alltså är det nu 2 matcher och 2 deltagare är kvar. Äntligen spelas den sista matchen. Antalet matcher är:

$$16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31.$$

En blivande matematiker börjar ställa frågor. T ex: Hur många matcher blir det om antalet deltagare fördubblas? Om det är 64 deltagare så är antalet matcher:

$$32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63.$$

Jag tror att jag känner igen ett mönster. Om antalet deltagare fördubblas igen till 128 så blir antalet matcher 127. Verkligen:

$$64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127.$$

Finns det ett allmänt mönster? (vilket?) Finns det en formel? (vilken?) osv.

(Man behöver inte alls tänka i dessa banor.)

EN TURNERING (forts.)

En matematiker ställer också frågor t ex: Hur många matcher blir det om man har ett godtyckligt antal deltagare (ej just 32, 64 eller 128). Räknar inte. Tänker. Ger svaret:

Om det finns n deltagare så är antalet matcher $n - 1$.

(n betecknar antalet deltagare som inte behöver preciseras, n kan vara 32, 64, men även 20, 21, 13 - helt godtyckligt)

VARFÖR? Låt oss numrera alla deltagare med var sitt nummer (t ex 1 till 32). När en match spelas får denna match den förlorande deltagarens nummer (om jag har nummer 15 och förlorar så får min match nummer 15). Varje match får ett nummer. Hur många nummer finns det? Lika många som förlorande deltagare. Alla förlorar utom vinnaren. Alltså är antalet matcher ett mindre än antalet deltagare.

Svaret på “VARFÖR” ovan kallas BEVIS.

MATEMATIK: TEORI OCH PRAKTIK

KUNSKAPENS DRIFTKRAFTER

ANVÄNDBARHET (ANVÄNDA)

NYFIKENHET (VETA)

*”Att söka kunskap är i mycket som sex.
Det har ett praktiskt syfte, men det är
i allmänhet inte därför folk gör det.”*

Frank Oppenheimer

Ur K.C. Cole, ”Universum och tekoppen”

- **DATORER:** George Boole (Boolesk algebra) c:a 1840 – den första datorn c:a 1940
- **MODERNA KRYPTERINGSSYSTEM:** Pierre de Fermat (1600-talet), Leonhard Euler (1700-talet) – restaritmetiker (”klockaritmetiker”) – krypteringstekniker (säkerhetssystem för datakommunikation) 1970 –
- **KODNINGSTEORI** (felkorrigering vid överföring av signaler t ex radar, miniräknare osv): Évariste Galois (ändliga kroppar) – radarkommunikation 1940-talet, felkorrigering i miniräknare, datorer (kring 1950 och senare)

MATEMATIK – DEN ÄLDSTA VETENSKAPEN

- **BEGYNNELSEN:** symboler för 1,2,3,...., geometriska figurer – flera tusen år tillbaka i tiden.
- **ANTIKEN:** Babylonien (i Mesopotamien - mellan Eufrat och Tigris i dagens Irak)– högt utvecklad matematik 1700f.Kr troligen mycket äldre, Indien, Kina, Egypten (Rhindpapyrusen – 1700f.Kr från Tebe, påträffad 1858 och köpt av A. Henry Rhind), Grekland (500 – 300f.Kr. Thales, Pythagoras, Euklides,...), Arkimedes,... .
- **MEDELTIDEN:** relativ stagnation, Indien, Arabiska länder, Kina leder utvecklingen.
- **RENÄSSANSEN:** Italien, Tyskland (bl a A. Dürer introducerar våra talbeteckningar), nya universitet i flera länder.
- **1600–talet:** Pierre de Fermat, Isaac Newton, G. Leibniz,
- **1700–talet;** Leonhard Euler, flera framstående franska matematiker, matematik utvecklas i många länder.
- **1800–talet;** bredd utveckling, matematikens formella grundvalar läggs, många mycket viktiga teorier utvecklas.
- **1900–talet:** expansion utan gränser...

NÅGRA BILDER

”KUNSKAP ÄR MAKT”

FÖRHÅLLET TILL KUNSKAP

(styrande, samhälle ”vanliga människor”, vetenskapsidkare...):

- intresse, nyfikenhet, behov, nödvändighet
- ointresse, likgiltighet, fientlighet

Kunskap skall vara:

- offentlig, tillgänglig för alla
- hemlig, förbehållen åt utvalda

”Matematikens framsteg och fulländning är sista hand förbundna med statens välstånd.”

Napoleon Bonaparte

VARFÖR BETRAKTAS OFTA MATEMATIKÄMNET SOM EN BÖRDA?

- ”kommunikationsproblem” – ett nytt språk
- populariseringsproblem (kommunikation med omvärlden/samhället)
- samarbete mellan olika områden – tvärvetenskap (kommunikation mellan olika områden)
- kulturell tradition
- matematikens ”kumulativa” karaktär
- ”dåliga lärare”

MATEMATISKA TERMER – VARDAGLIGA ORD

JÄMNA TAL

2, 4, 6, 8, 10, ...

OLIKHET

$5 < 8,$

$a \leq b$

LIKHET

$x = 3,$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

PUNKT

.

ELLER

SPECIELLA TERMER (DEFINITIONER):

KVADRAT, REKTANGEL, ROMB,

INTERVALL, VEKTOR, CIRKEL,

KOORDINATSYSTEM, KUB, PYRAMID,

PRIMTAL, GRUPP, KROPP.

KUNSKAPENS KOMMUNIKATIVA ASPEKTER

- Popularisering (populariseringens förutsättningar – ”kommunikationsproblem”)
- Samarbete mellan olika områden – tvärvetenskap (kommunikationsproblem mellan olika områden)

POPULARISERING – KOMMUNIKATION MED OMVÄRLDEN: VARFÖR?

DEN ÖPPNA HÖGSKOLAN:

STUDIERNAS SKALL UTVECKLA STUDENTERNAS
FÖRMÅGA ATT UTBYTA KUNSKAPER ÄVEN MED
PERSONER UTAN SPECIALKUNSKAPER INOM
OMRÅDET

VARFÖR?

- KUNSKAP GER ”MAKT” – BILDNING ÄR EN DEMOKRATISK RÄTTIGHET
- MÄNNISKOR VILL FÖRSTÅ SIN OMVÄRLD – DEN SOM HAR KUNSKAP BÖR DELA DEN MED ANDRA
- MAN FINNER GLÄDJE I MÖJLIGHETEN ATT FÖRKLARA FÖR ANDRA
- ”SAMHÄLLET BETALAR” – MAN BÖR KUNNA FÖRKLARA VAD MAN GÖR OCH VARFÖR

POPULARISERING – KOMMUNIKATION MED OMVÄRLDEN: HUR?

- KAN KUNSKAPEN “FÖRENKLAS”? BALANS MELLAN “HELA SANNINGEN” OCH FÖRENKLINGAR.
- SKALL MAN TRO ATT NÅGOT KOMPLICERAT ÄR ENKELT? EN ETISK FRÅGA.
- ATT VÄLJA LÄMPLIG NIVÅ (MÅLGRUPP)
- ATT VÄLJA LÄMPLIGT SPRÅK

SLUTSATSER:

- POPULARISERING KRÄVER STORA KUNSKAPER I ÄMNET
- POPULARISERING KRÄVER MYCKET BRA FÖRSTÅELSE AV BÅDE ÄMNET OCH LÄRANDE-PROCESSEN
- POPULARISERING ÄR EN DEL AV VARJE LÄRARENS VARDAGLIGA ARBETE

TVÄRVETENSKAPLIGT SAMARBETE – SVÅRIGHETER OCH MÖJLIGHETER

IBLAND SVÅRT ATT HITTA ETT GEMENSAMT
SPRÅK, ÖVERBRYGGA ”KULTURELLA SKILL-
NADER” MELLAN OLIKA OMRÅDEN

STORA MÖJLIGHETER:

NÅGRA EXEMPEL:

- MATEMATIK OCH (TEORETISK) FYSIK
- MATEMATIK, TEKNIK, BIOLOGI – BIOTEKNIK,
BIOSTATISTIK, BIOMATEMATIK
- MATEMATIK OCH INFORMATIONSTEKNOLOGI
(IT) (DATASÄKERHET)

MATEMATIKLÄRARE

”Han var säkert duktig i matematik men han kunde inte förklara för oss.”

”...det är inte ovanligt att matematikämnet framställs som en enda räkka av fakta som skall memoreras och reproduceras. En sådan framställning görs kanske också auktoritärt och ensidigt av läraren utifrån den enda använda läroboken. Ämnet får då sin legitimitet enbart utifrån auktoritetstro och lydnad...” (sid. 7)

*Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM),
Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne,
Göteborg, 2002*

VARFÖR ÄR MATEMATIKÄMNET VIKTIGT I SKOLAN?

- Matematik är användbar
- Matematikämnet är en av de bästa vägarna till:
 - logiskt
 - kritiskt
 - analytiskt
 - självständigt
 - flexibelttänkande
- Matematikämnet har alla förutsättningar för att främja
 - samarbete
 - kunskapssökande
 - ansvarstagande
 - argumentation
 - presentation
- Matematik har stort bildningsvärde
- “Att finna intresse i matematik är att finna en trogen vän för hela livet.”

MATEMATIKENS DEDUKTIVA KARAKTÄR

INDUKTION:

”sluta från det enskilda till det allmänna”

DEDUKTION:

”logisk bevisföring”

VAD ÄR SKOLMATEMATIKEN?

Innehållet i **DAGENS** matematikläroböcker 1 – 12.

Innehållet förändras beroende på:

- Samhällsutveckling
- Teknikutveckling
- Politiska omständigheter
- Trender
- Generationernas sammansättning

HUR OMFATTANDE KUNSKAPER I ÄMNET BEHÖVER MAN FÖR ATT UNDERVISA I SKOLAN?

- Att kunna sitt ämne och känna säkerhet i undervisningssituationer
- Att kunna väcka elevernas intresse för ämnet
- Att entusiasmera, inspirera och motivera eleverna till att uppskatta kunskapens värde
- Att kunna svara på elevernas frågor
- Att kunna kritiskt granska läroböcker och andra hjälpmedel (t ex facit)
- Att kunna komplettera sina kunskaper på egen hand