Inlämningsuppgift 2, TMA862

Uppgiftsformulering: Lös ett av följande problem numeriskt med FEM. Skriv sedan en liten rapport som innehåller en beskrivning av problemet, variationsformulering, diskretisering, övergripande numerisk implementering samt resultat med slutsats. Om uppgiften inte specificerar t.ex. randdata, kan denna väljas godtyckligt. *Tips:* välj alltid enkla data, t.ex. $u = 2$ på randen eller normera så att $\hbar = 1.0$.

1. Lös ett tidsberoende problem, t.ex.
$$\dot{u} - a\Delta u + cu = f, \tag{1}$$
på valfritt område med $u = 0$ på randen.

2. Beräkna det elektriska fältet E kring en oändligt lång ledare. Antag, att $E = -\nabla V$ för någon potential V, som uppfyller Maxwells lag $-\epsilon\Delta V = \rho(x)$. Här är $\rho(x)$ ledarens laddningstäthet och ϵ en konstant.

3. Beräkna temperaturen T i en kropp med konvektion c, dvs. lös
$$-\Delta T + c \cdot \nabla T = f, \tag{2}$$
den s.k. värmeldningsekvationen. Antag randvillkor av Robintyp.

4. Studera för vilka värden på konstanterna a, b och c som ekvationen
$$au_{xx} + bu_{xy} + cu_{yy} = 1, \tag{3}$$
har en lösning. Försök förklara resultaten analytiskt.

5. Använd ett rektangulärt mesh och bilinjära basfunktioner för att lösa Laplace ekvation $-\nabla \cdot (a\nabla u) = 0$ på kvadraten $[0, 1] \times [0, 1]$.