

Tentamen Analys och linjär algebra del a TMV035 K1/Bt1/Kf1 031022 f V

Provet består av totalt fem (5) uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 10p. Betygsgränser: 3: 25p, 4: 35p, 5: 45p. Godkänt projekt $f(x) = 0$ ger fem (5) bonuspoäng VID DETTA TENTAMENSTILLFÄLLE. Godkänt projekt vid introduktionskursen är obligatoriskt för att bli godkänd på kursen. Det krävs att lösningarna är välskrivna med ordentliga motiveringar. Slarvigt skrivna lösningar kan ge poängavdrag.

Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Johan Jansson 0740-459022.

1. Låt $f(x) = x^2 - 3$.

(a) Beskriv kortfattat Newton's metod för lösande av ekvationen (4)

$$f(x) = 0$$

(b) Förklara begreppet kvadratisk konvergens för Newton's metod. (3)

(c) Exakta lösningen till $f(x) = 0$ är ej rationell. Visa detta. (3)

2. (a) Bestäm projektionen $P_x(v)$ av vektorn $v = (3, 7)$ på vektorn $x = (4, 3)$. (3)

(b) Bestäm koordinaterna för den vektor som fås när vektorn $u = (2, 1)$ roteras $\pi/4$ moturs. (3)

(c) Visa att rotationsavbildningen R_θ är längdbevarande, dvs att

$$|R_\theta(u)| = |u|,$$

för varje vektor $u \in \mathbb{R}^2$. (4).

3. (a) Definiera begreppet deriverbarhet för en funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i en punkt \bar{x} . (4)

(b) Bestäm derivatan till

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad x \neq 0,$$

med hjälp av definitionen av deriverbarhet. (6)

4. Betrakta funktionen

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}.$$

(a) Visa att g är Lipschitzkontinuerlig på intervallet $[3, 4]$ och bestäm Lipschitzkonstanten på detta intervall. (6)

(b) Är g Lipschitzkontinuerlig på intervallet $(2, 4]$? Motivera Ditt svar. (4)

5. Betrakta systemet

$$\begin{cases} x_1^2 x_2 - x_2^2 = 0 \\ x_1 x_2 + x_2^3 = 4. \end{cases}$$

Utför ett (1) iterationssteg på detta system där Du använder Newton's metod för system med startvärde $\bar{x} = (2, 2)$. (10)