

Tentamen Analys och linjär algebra del C TMV035 K1/Bt1/Kf1 060309 e V

Provet består av totalt fem (5) uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 10p. Betygsgränser: 3: 20p, 4: 30p, 5: 40p. Det krävs att lösningarna är välskrivna med ordentliga motiveringar. Slarvigt skrivna lösningar kan ge poängavdrag.

Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Elizabet Wulcan 0762-721860. Besöker tentamenslokalen 14.15-14.30 och 17.30-17.45

1. Betrakta följande linjära dynamiska system

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{y}(t) = Ay(t), & 0 < t < 1, \\ y(0) = y_0, \end{cases}$$

där

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Lös systemet.

(b) Avgör om systemet är stabilt. Motivering krävs.

2. Beräkna arean av mantelytan till en cirkulär kon K med radie R och höjd h . Tips: Börja med att parametrisera ytan till konen.

3. Bestäm de stationära punkterna till

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 15y + y^3$$

och avgör deras art.

4. Betrakta följande MATLAB-funktion:

```
function q = my_func(f,a,b,c,d,h)
N = ceil((b-a)/h);
M = ceil((d-c)/h);
q = 0
for i = 1:N
. for j = 1:M
. xi = a + i*h;
. yj = c + j*h;
. q = q + h*h*feval(f,xi,yj);
. end
end
```

(a) Beskriv vad funktionen `my_func` gör.

(b) Skriv en `.m`-fil där Du definerar funktionen $h(x, y) = x^2 + y^2$.

(c) Använd Din funktion i uppgift (b) och kör MATLAB-funktionen i uppgift (a) med $a = 0$, $b = 1$, $c = 0$, $d = 1$ och $h = 0.5$.

(d) Beskriv så bra Du kan vad Du räknar ut i uppgift (c).

5. Låt f vara ett vektorfält i \mathbb{R}^2 och låt $x = (x_1, x_2)$. Beräkna linjeintegralen

$$\int_{\Gamma} f \cdot ds$$

för fältet

(2)
$$f(x) = \frac{x}{\|x\|}.$$

då

(a) Γ är en kurva som startar i $(1, 0)$ och slutar i $(1, 1)$.

(b) Γ är enhetscirkeln genomlöst ett varv moturs.