

**Tentamen Analys och linjär algebra del C TMV035 K1/Bt1/Kf1 060309 e V**

(Inskrivna ht-02 eller tidigare)

Provet består av totalt fem (5) uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 10p. Betygsgränser: 3: 20p, 4: 30p, 5: 40p. Det krävs att lösningarna är välskrivna med ordentliga motiveringar. Slarvigt skrivna lösningar kan ge poängavdrag.

Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Elizabet Wulcan 0762-721860. Besöker tentamenslokalen 14.15-14.30 och 17.30-17.45

1. Betrakta följande linjära dynamiska system

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{y}(t) = Ay(t), & 0 < t < 1, \\ y(0) = y_0, \end{cases}$$

där

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Lös systemet.

(b) Avgör om systemet är stabilt. Motivering krävs.

2. Beräkna arean av mantelytan till en cirkulär kon  $K$  med radie  $R$  och höjd  $h$ . Tips: Börja med att parametrisera ytan till konen.

3. Bestäm de stationära punkterna till

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 15y + y^3$$

och avgör deras art.

4. Beräkna trippelintegralen

$$\int_V \frac{1}{1+x^2+y^2+z^2} dx dy dz,$$

där  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 2\}$ .

5. Låt  $f$  vara ett vektorfält i  $\mathbb{R}^2$  och låt  $x = (x_1, x_2)$ . Beräkna linjeintegralen

$$\int_{\Gamma} f \cdot ds$$

för fältet

$$(2) \quad f(x) = \frac{x}{\|x\|}.$$

då

(a)  $\Gamma$  är en kurva som startar i  $(1, 0)$  och slutar i  $(1, 1)$ .

(b)  $\Gamma$  är enhetscirkeln genomlöst ett varv moturs.