Lösning till problemet juli 2001

Med hjälp av divisionen $2001 = 3 \cdot 667$ finner man antalet med 3 delbara faktorer i 2001!. Alltså är

$$2001! = k_1 \cdot (3 \cdot 1)(3 \cdot 2) \cdots (3 \cdot 667) = k_1 3^{667} \cdot 667!$$

där heltalet k_1 inte är delbart med 3.
Analogt ger divisionen $667 = 3 \cdot 222 + 1$ framställningen $667! = k_2 3^{222} 222!, \quad 3 \not| \, k_2$. Fortsatt användning av divisionsalgoritmen ger

$$\begin{array}{rcl@{\qquad\qquad}rcll}
222 & = & 3 \cdot 74 & 222! & = & k_3 3^{74} 74! & 3 \not| \, k_3 \\
74 & = & 3 \cdot 24 + 2 & 74! & = & k_4 3^{24} 24! & 3 \not| \, k_4 \\
24 & = & 3 \cdot 8 & 24! & = & k_5 3^{8} 8! & 3 \not| \, k_5 \\
8 & = & 3 \cdot 2 + 2 & 8! & = & k_6 3^{2} 2! & 3 \not| \, k_6
\end{array}$$

som sammanlagt ger

$$2001! = k 3^{667+222+74+24+8+2} = k 3^{997}, \text{ med } 3 \not| \, k.$$

I sluten form ges n av summan

$$n = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{2001}{3^k} \right] = 667 + 222 + 74 + 24 + 8 + 2$$

där $[x]$ är heltalsdelen av x.

Svar: $n = 997$