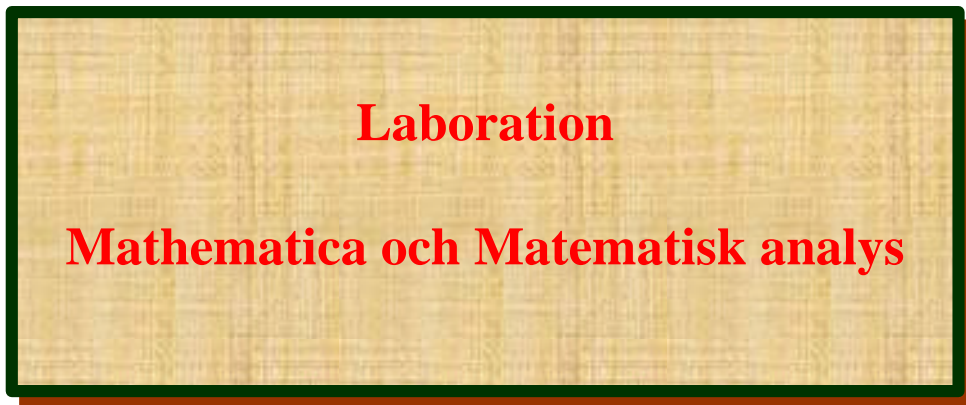


# Matematik K1 del D, TMA 151D, läsperiod IV 2000



**Laborationen består av tre delar:**

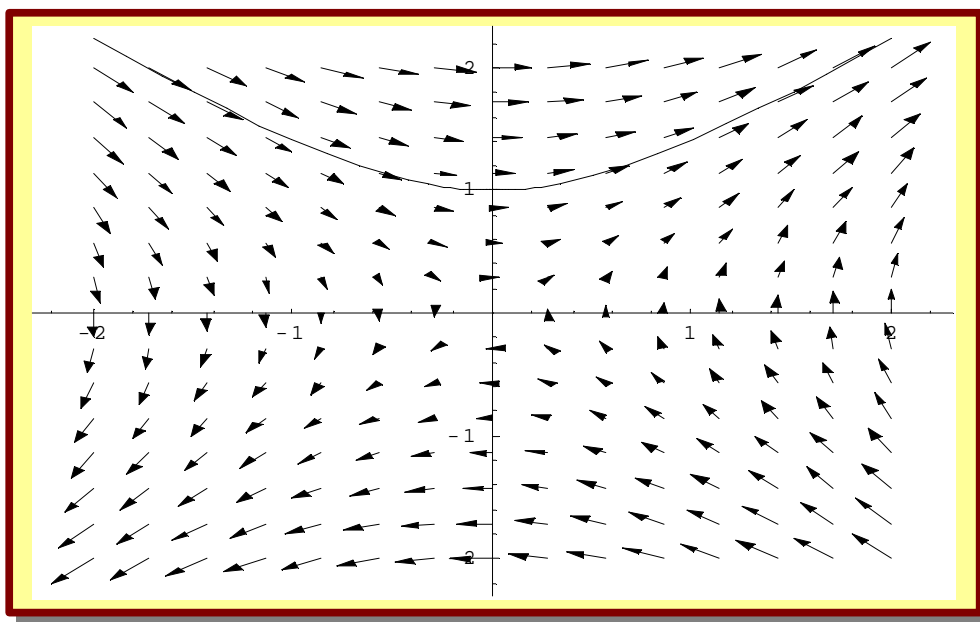
- A. Grafisk konstruktion av vektorfält och vektorfält med inlagda funktionskurvor.**
- B. Gränsvärden och serieutvecklingar.**
- C. Laplacetransformer.**

**Labbgöruppstorlek: 1 eller 2 stud. per grupp.**

**Varje godkänd del ger två bonuspoäng på de tentamina Du deltar i under innevarande kurs.**

## A. Vektorfält, rotation, divergens och ordinära differentialekvationer.

Betrakta exempel 2 i Jan Peterssons Matematisk analys del 3 sid. 4:23. I stället för att rita ut strömlinjerna kan man rita ett vektorfält. Med Mathematica skulle en motsvarande figur kunna se ut:



För att kunna rita ut vektorfält i två eller tre dimensioner måste man ladda tilläggs paket: “Add-ons”

```
<<Graphics`PlotField` respektive  
<<Graphics`PlotField3D`
```

När ett tilläggs paket är laddat har man tillgång till de funktioner som paketet innehåller.

I vårt fall **PlotVectorField** och **PlotVectorField3D** Se **Help**.

Observera att paketen har gemensamma delar och därför inte kan användas samtidigt. Använd **Clear** när Du behöver byta paket.

### • Divergens och rotation.

Betrakta övningsuppgift 33 c) och d) i Jan Peterssons Matematisk analys del 3 på sid. 4:31. Lös uppgifterna genom att med Mathematica rita ut vektorfälten.

Lämpliga “options” i funktionen kan vara:

```
Axes® True AxesLabel® {"x","y","z"} VectorHeads® True PlotPoints® 5  
För att få axlar, deras markeringar, vektorerna som pilar och bestämt antal pilar/dim..
```

*Det finns två trevliga sätt att rotera en tredimensionell bild för att bättre kunna studera den:*

I huvudmenyn kan man under rubriken Input klicka på **3D ViewPoint Selector**. Om Du lägger in ett kommatecken efter sista parametern i funktionen **PlotVectorField3D** kan Du snurra runt Din figur. Vill Du göra det en gång till, svartmarkerar Du **ViewPoint->.....** i Notebooken och snurrar vidare.

```
SpinShow[ graf , Frames® 10 , SpinRange® { 0 Degree , 360 Degree } ]  
ger Dig ett varvs rotation visat i tio bilder.
```

(forts.)

- **Plana vektorfält.**

Betrakta differentialekvationen:

$$y'(t) = -y(t) + 2e^{-2t} \sin(2t); y(0) = K$$

Rita med hjälp av Mathematica upp vektorfältet i  $t$  och  $y$  som definieras av  $\frac{dy}{dt}$  i ekvationen på intervallen  $t, y \in [-1, 2]$  och drag i samma figur graferna för  $y(t)$  på intervallet  $t \in [0, 2]$ .  
Välj  $K = -1, 1, 2$  samt ett sådant  $K$  så att  $y(2) = 0.1$ .

Namn	Resultat
.....	
.....	
.....	

## B. Beräkning av gränsvärden. Funktionsanpassning med serieutvecklingar.

- Beräkna med Mathematica följande gränsvärden:

Övningsuppgifterna 25 e) och 25 f) kap 11 sid. 21 Jan Petersson Matematisk analys Del 2.

$$\lim_{s,t \rightarrow \sqrt{p}} \left( \frac{1}{s \cdot t} - \frac{1}{\sin(s \cdot t)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(\arctan((\frac{\sin(x)}{x})^2)))$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \neq 0}} \left( \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right); \lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} \left( \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right); \lim_{x,y \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right); \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y = k \cdot x}} \left( \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right), \text{ för olika val av } k.$$

- Betrakta funktionen  $\ln(\arctan((\frac{\sin(x)}{x})^2))$ .

Serieutveckla funktionen med Mathematica kring  $x=0$ .

Rita funktionens graf på intervallet  $x \in [0, 4]$ , och lägg i samma figur in graferna för de tre serieutvecklingarna med termer tom 2:ordningen, termer tom 4:e ordningen och termer tom 6:e ordningen på samma intervall.

Vad kan man säga om funktionsanpassningarna på intervallet?

- Gör en serieutveckling av funktionen  $\frac{1}{s \cdot t} - \frac{1}{\sin(s \cdot t)}$  med Mathematica kring  $s = 0$  och  $t = 0$ .

Tag med termer tom ordning 5 i  $s$  och  $t$ .

Namn	Resultat
.....	
.....	
.....	

### C. Beräkning av ordinära differentialekvationer med hjälp av Laplacetransformer.

För att få möjlighet att använda Laplacetransformer med Mathematica måste man ladda tilläggs paketet:

`<<Calculus`LaplaceTransform``

Studerar man paketet i Helpbrowsern finner man bland annat funktionerna:

`LaplaceTransform`  
`InverseLaplaceTransform`  
`UnitStep`  
`DiracDelta`

användbara i detta sammanhang

Betrakta den ordinära differentialekvationen:

$$\begin{cases} y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = t \cos(5(t-3))\mathcal{U}(t-3) + \mathcal{D}(t-1) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

(Anm.: Observera derivatan av Diracs deltafunktion.)

- Lös differentialekvationen med hjälp av Mathematica.
- Rita upp grafen för lösningen på intervallet  $t \in [0,10]$
- Hur ser man inverkan av steg- och impulsfunktionerna i grafen?
- Om Du vill lösa övningsuppgifterna 3 och 4 på sid. 15 i kap 15 Jan Petersson Matematisk analys Del 2, vad kan Du då ha för användning av kommandot **Apart** i Mathematica?

Namn	Resultat
.....	
.....	
.....	

*Redovisning sker vid handledningstillfälle vid PC-n.*

*Uppgifterna får redovisas var för sig eller tillsammans.*

*Gruppen skall ha materialet **färdigt för exekvering** i Notebooks och skall kunna redovisa muntligt vad som sker vid exekveringen.*

*Båda gruppmedlemmarna skall var närvarande vid redovisningen.*