

Tentamen i Miljö och Matematisk Modellering

MVE345 FÖR TEKNISK MATEMATIK, 27 MAJ 2011

SALARNA V23, V13 I V-HUSET. 14.00-18.00

Jourtelefon: 0730-795822, 0708-496295, (och efter 16.30) 0731-526320.

Information om tentan:

I lösningarna vill vi att ni förklarar era antaganden och eventuella algortimer. Vi vill inte ha programkod, utan vi vill istället ha en beskrivning av vad er kod gör och vilka parametervärden och inställningar ni valt.

Ni bör presentera era resultat genom både egen text och inklistrade illustrativa bilder, men begränsa antalet bilder. I Comsol kan ni med fördel använda er av inklippta bilder för att beskriva de fysikaliska inställningarna, tex trianguleringen ni valt.

Lägg er svarsfil i rätt mapp under

C:_EXAM_\...

och namnge den med ditt kodnummer och uppgiftsnummer.

Ni kan tex använda Word och ni får gärna använda L^AT_EX, men tänk på att ni har begränsat med tid.

1. Ni har fått en spridningsmatris som beskriver sannolikheten att en mussellarv född på en plats kommer att spridas till och växa upp på en annan plats. Det aktuella området innefattar Gotlands syd- och östkust samt Gotska Sandön. Er uppgift är att identifiera isolerade subpopulationer i detta området. Det finns också en fil med longitud och latitud koordinater motsvarande indexen i spridningsmatrisen.

Använd minimeringsproblemet

$$\min_{s_i = \pm 1} - \sum_{i,j} s_i (P_{ij} - \beta) s_j$$

för att splitta populationen i två isolerade delar (kom ihåg att ett vettigt val av parametern β är $1/(\text{antalet rader eller kolumner i } P)$). Det räcker med att göra en greedy search”ett antal gånger och ta det bästa resultatet. Illustrera resultatet av din uppdelning med en matrisplot som visar att spridningen mellan subpopulationerna är liten jämfört med spridningen inom subpopulationerna. Tips: problemet har ingen klart bästa lösning.

2. Betrakta en grupp av 1000 personer som parvis spelar sten-sax-påse, där varje spelare bara spelar en strategi, antingen sten, sax eller påse. I varje tidssteg väljs två spelare ut på måfå som får spela mot varandra och vi antar att förloraren efter mötet spelar vinnarens strategi. Alltså:

(sten,sax) \rightarrow (sten,sten)

(sten,påse) \rightarrow (påse,påse)

(påse,sax) \rightarrow (sax,sax)

Om två spelare av samma typ spelar mot varandra sker inga förändringar i strategierna. Simulera detta system och beskriv dynamiken. Verkar det finnas nå gra jämviktslägen?

3. Antag att vi har ett vattenlösligt miljöfarligt ämne i en porös miljö vars koncentration kommer i jämvikt mellan absorption och desorption. Genom en serie experiment har vi fått fram följande tabell av koncentrationen, k_s , av ämnet absorberats i det fasta mediet som en funktion av koncentrationen k av ämnet i den lösta formen.

k	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
k_s	0.2140	0.3777	0.4880	0.5825	0.6550	0.7091	0.7299	0.7784	0.7946	0.8230

Vi vill gärna modellera denna absorptions process. Man kan se direkt från datan att vi inte bör välja en linjär modell, så vi tvekar om vi ska använda Freundental eller Langmuir. Motivera ditt val och ge approximativa parametrar, samt hur du kom fram till dem, för modellen. Tips: Comsol innehåller mycket information.

4. Antag att gödningsmedel läcker in i en grund sjö från de närliggande åkrarna, diffunderar i sjön och sönderfaller med en konstant μ . I sjön konsumeras gödningsmedlet av alger som delar sig och även de diffunderar. Detta system kan beskrivas av följande system av kopplade PDE:er för gödningsmedlet (u) och algerna (v).

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_u \nabla^2 u - uv - \mu u,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = D_v \nabla^2 v + uv - \alpha v.$$

med $D_u = D_v = 100$, $\mu = 0.01$ och $\alpha = 0.1$ och randvillkor $u(x, t) = c$ för $x \in \partial\Omega$ och $n \cdot \nabla v = 0$, samt begynnelsevillkor $u(x, t = 0) = 0$ och $v(x, t = 0) = 0.1$.

Om vi definierar algblooming som en medelkoncentration av alger $v > 1$, vilka är den högsta gödningsmedelkoncentrationen c vid strandkanten som är acceptabel? Sjön kan antas vara ca. 200 m i diameter.

TL, MNJ & PG