

Övningsuppgifter II

MAN 230

28/1 2008

1 Finn de partiella derivatorna till följande funktioner

a) $x^2 + y^2 + z^2$

b) $\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$

c) $x^2 - y^2$

d) $\log xyz$

e) $\frac{xyz}{x+y+z}$

f) $\sin(\sqrt{x^3 + y^3 + z^3})$

g) $\arcsin(1 - x^2 - y^2)$

2 Låt $F(x, y)$ vara en funktion sådan att

$\frac{\partial F}{\partial x}(1,1) = 2$ och $\frac{\partial F}{\partial y}(1,1) = 3$. Bestäm värdena för de partiella derivatorna i punkten $(1, 1)$ för funktionen $F((x^2 + y^2)/2, xy)$

3 Låt $F(x, y) = -\frac{1}{x^2 + y^2}$ och låt grafen av denna funktion vara restrikerad till linjen $x + y = 1$. Beräkna lutningen i punkten $(1, 0)$, samt finn en punkt på linjen sådan att lutningen är noll.

4 Skriv ner differentialerna till följande funktioner som matriser

a) (x, y, z)

b) $(x^2 - y^2, xy)$

c) $(\frac{x}{1-z}, \frac{y}{1-z})$

d) $(\frac{2u}{1+u^2+v^2}, \frac{2v}{1+u^2+v^2}, \frac{u^2+v^2-1}{u^2+v^2+1})$

5 En funktion f är given av $r^2 \cos \theta$ i polära ko-ordinater. Beräkna de partiella derivatorna $\partial f / \partial x$ och $\partial f / \partial y$.

6 Uttryck de partiella derivatorna $\partial f / \partial x, \partial f / \partial y, \partial f / \partial z$ i $\partial f / \partial r, \partial f / \partial \theta, \partial f / \partial \psi$ givet av sfäriska ko-ordinater.

7 En paraboloid fås genom att rotera kurvan $z = x^2$ kring z -axeln.

a) Skriv ner ekvationen $z = f(x, y)$ för paraboloiden såsom en funktion av x, y .

b) Bestäm ekvationen för tangentplanet i punkten $(1, 1, 2)$

8 Beräkna riktningsderivatan i punkten $(1, 1)$ och riktningen $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ för följande funktioner

a) $x^2 + 2y^2$

b) $\sqrt{1 - \frac{xy}{2}}$

c) $\frac{\log(x+y)}{1 - e^{x+y}}$