

Övningsuppgifter III

MAN 230

30/1 2008

1 Klassificera följande kvadratiska former med avseende på huruvida de är positivt eller negativt definita, indefinita eller semi-definita

a) $2x^2 + 4xy + y^2$

b) $3x^2 + 12xy + 20y^2$

c) $-x^2 + 4xy - 5y^2$

d) $4x^2 + 9y^2 + 72xy$

e) $x^2 + 2y^2 + 6z^2 + 2xy + 2xz - 4yz$

2 Visa att kurvan

$$x^2 + xy + y^2 = 1$$

utgör en ellips, och finn en lämplig trigonometrisk parametrisering, samt finn längderna av stor- och lillaxeln respektive.

3 Finn de kritiska punkterna till följande funktioner och avgör var vi finner lokala maxima, minima och sadelpunkter

a)

$$f(x, y) = 8y^3 + 12y^2 + 6y + 1 - 6x^2y$$

b)

$$(x - y)e^{-(x^2 + y^2)}$$

c)

$$xy - x^3 - y^3$$

d)

$$\sin(x^2 + y^2)$$

4 Givet att vi känner funktionerna $f(x)$ och $g(y)$ finn de kritiska värdena för funktionerna

a) $F(x, y) = f(x) + g(y)$

b) $F(x, y) = f(x)g(y)$

5 Lufttrycket (i millibar) vid ett viss tillfälle på jordytan ges av formeln

$$760 + 20 \sin \theta \cos \psi$$

där θ anger longitud och ψ latitud. Bestäm läget av samtliga högtryck och lågtryck.

6 En rätvinklig parallelepiped bildas av en tråd av längd 1 meter. Beräkna den maximala volymen av en sådan.