

Övningsuppgifter V

MAN 230

18/2 2008

1 Beräkna följande dubbelintegraler

a) $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} \int_0^{\sqrt{\pi/2}} y \sin(xy)$

b) $\int_0^1 \int_0^1 xy e^{x^2y}$

c) $\int_0^1 \int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{xy}}$

d) $\int \int_D \sin(x^2)$ där D är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$

e) $\int \int_D xy^2$ där D är högra halvan av enhetscirkeln.

f) $\int \int_D x^3 e^{xy}$ där D begränsas överst av linjen $y = 1$ och under av parabeln $y = x^2$

g) $\int \int_D x^2 - xy + y^2$ där D är området bestående av kvadraten med hörnen $(\pm 1, \pm 1)$ minus rektangeln med de motstående hörnen $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ och $(\frac{2}{3}, \frac{1}{2})$ och sidor parallella med ko-ordinataxlarna.

h) $\int \int_D (x^2 + y^2)^4$ där D är ringen $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$

i) $\int \int_D (x^2 + y^2)^3$ där D är begränsat av hyperbelbågarna $xy = 1$, $xy = 2$ samt $x^2 - y^2 = 1$, $x^2 - y^2 = 2$

j) $\int \int_D \cos(x^2 + xy + y^2)$ där D är givet av olikheten $x^2 + xy + y^2 \leq 1$

2 Beräkna följande trippelintegraler

a) $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xy^2z^3$

b) $\int \int \int_D \frac{1}{1-(x^2+y^2+z^2)}$ där D är klotet med radien $\frac{1}{2}$ och centrerad i origo.

c) $\int \int \int_D 1$ där D begränsas av cylindern $x^2 + y^2 \leq 1$ och planen $z = 0$ och $z = x + y + 2$

3 Avgör för vilka (reella tal) k följande multipelintegraler är konvergenta.

a) $\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2)^k$

b) $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2)^k$

c) $\int_1^\infty \int_1^\infty (x^2 + y^2)^k$

d) $\int_1^\infty \int_1^\infty \int_1^\infty (x^2 + y^2 + z^2)^k$

4 Beräkna ytan av grafen $z = x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}}$ över kvadraten $0 \leq x, y \leq 1$