Övningsuppgifter VII

MAN 230
5/3 2008

1 Bestäm α, β så att vektorfältet givet av $(x + \alpha y + xy, 3x + \beta x^2 + y)$ är konservativt samt ange en potential. Använd denna för att beräkna integralen längs en kurva från punkten $(1,1)$ till punkten $(2,2)$

2 a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma -y dx$$

där γ utgöres av linjesegmentet som förbinder punkterna (a,b) och (c,d)

b) använd a) och Greens formel för att ge en formel av arean för en triangel med hörn i punkterna $(a,b),(c,d)(e,f)$

c) Generalisera b) till att ge en formel för arean av en polygon given av hörnen $(a_1,b_1),(a_2,b_2)\ldots(a_n,b_n) = (a_1,b_1)$

d) Hur skall formeln modifieras om det rör sig om en polygon på sfären och hörnen ges av longituder och latituder?

3 Beräkna kurvintegralen $\int_\gamma y^2dx + \cos(y)dy$ längs sinuskurvan $y = \sin(x)$ från $(0,0)$ till $(\pi,0)$ genom att välja en alternativ integrationsväg samt utnyttja Greens formel

4 Beräkna flödet genom enhetscirkeln av vektorfältet givet av (x,y)

5 Beräkna flödet ut ur kvadraten med hörn i punkterna $(\pm 1, \pm 1)$ av vektorfältet (xy, x^2y^2)

6 Betrakta potentialen $U = -\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ och dess gradient vektorfält

$$(-\partial U/\partial x, -\partial U/\partial y)$$

Betrakta ellipsen

$$\frac{(x-\epsilon a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

där $a^2 - b^2 = \epsilon^2 a^2$ längs vilken en planet rör sig. Om planetens hastighet i punkten $(a(1+\epsilon), 0)$ är 1, beräkna dess hastighet

a) i punkten $(a\epsilon, b)$

b) i en godtycklig punkt på ellipsen