

Tentamensskrivning

MAN230

Flervariabelanalys

Lördag den 17 mars, 2007

8.30 - 13.30

- 1 [10] Bestäm a, b, c så att vektorfältet

$$(3x^2 + axy + z^2, 2x^2 + 3y^2 + bz, 2z + y + cxz)$$

är konservativt och finn därefter en potential $U(x, y, z)$

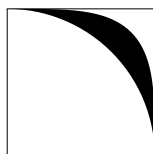
- 2 [10] En vas har formen av en rotation av kurvan $y = x^4$ runt y -axeln. Om vätska med volymen 1 fylls i vasen, till vilken höjd når den?

- 3 [10] Beräkna integralen

$$\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$$

där D är området givet av $|x| + |y| \leq 1$

- 4 [10]



Givet integralen $\iint_D xy dx dy$ där D utgör området $x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq x^4 + y^4 \leq 1$ omvandla den via variabelbytet $u = x^2, v = y^2$ och beräkna den därefter.

- 5 [10] En helix H är given av $(\cos(t), \sin(t), t)$, denna translateras i z -riktningen med π och ger upphov till en ny helix H_π . Finn det minsta avståndet mellan två punkter p, q där p är en punkt på H och q är en punkt på H_π

- 6 [10] Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma -y dx + x dy$$

där γ är en parabelbåge given av $y = x^2$ som sammanlänkar punkten $p=(1, 1)$ med punkten $(2, 4)$.

7 [10] Ett flöde ges av gradienten till funktionen $\sin(|r|)$ där $|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Beräkna det totala flödet ut ur sfären med radien π .

8 [15] De normaler till nivåytan $x^3 + y^3 + z^3 = 1$ som skär z -axeln ligger alla i ett plan. Finn ekvationen för detta plan!

Visa även att det endast finns en normal som går genom origo. Finn denna normal, och bestäm den punkt på nivå-ytan den korresponderar emot. Vad är speciellt med denna punkt?

9 [15] Betrakta funktionen $z = (x + y)e^{-2(x^4 + y^4)}$

- Finn dess maximala och minimala värden.
- Finn dess maximala och minimala värden under bivillkoret $x^4 + y^4 = 1$
- Skissa funktionens nivåkurvor, samt finn minsta avståndet mellan två punkter där den ena tillhör nivåkurvan korresponderande till värdet $2e^{-4}$ och den andra tillhör nivåkurvan korresponderande till $-4e^{-64}$.

Ulf Persson

11/3 2007

Skrivningsvakter: Elin Götmark, Jonatan Vasilis tel: 076 2721861/2721860

40 poäng ger garanterat godkänt

80 poäng ger garanterat väl godkänt