

Uppgifter för Räkneövning Torsdag 4/5

- 1 Finn en lösning till kongruenserna med högst tre siffror

$$x \equiv 3(7)$$

$$x \equiv 5(11)$$

$$x \equiv 2(13)$$

- 2 Finn alla lösningar till $x^2 = 1(21)$

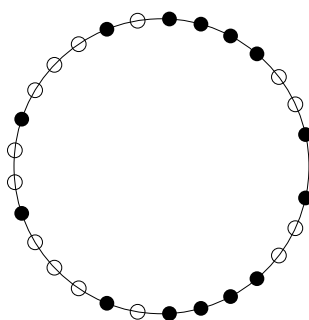
3 Ge ett oändligt antal exempel på tal n sådana att $x^2 = 1$ har mer än två lösningar modulo n .

4 Betrakta summan S av alla element i \mathbb{Z}_n^* . Hur skall svaret modifieras om vi istället beräknar summan av alla element i \mathbb{Z} ?

5 Visa att om $A^N + 1$ är ett primtal är N en potens av två och A är jämnt.

6 Visa att om $A^N - 1$ är ett primtal är N ett primtal och $a = 2$. Sådana primtal kallas Mersenne primtal, och de första exemplen är 3, 7, 31, 127...

7 De fyllda ringarna i figuren nedan betecknar kvadratiska residyer modulo primtalet 29.



a) Varför är bilden symmetrisk med avseende på x -axeln?

b) Om vi vrider cirkeln i multiplar av $\frac{2\pi}{29}$ hur många fyllda ringar hamnar på fyllda ringar?

- 8 Finn antalet lösningar till ekvationen $x^2 = y^2 + 1$ i \mathbb{Z}_p