

Uppgifter för Räkneövning Torsdag 11/5

1 Betrakta grafen som består av enhetskubens hörn, och låt två noder (hörn) vara förbundna om och endast om avståndet är $\sqrt{2}$. Är denna graf isomorf med kubens? Kan du generalisera till hyperkuber?

2 Av de Platonska kropparna (tetrahedern, kuben, oktahedern, dodekahedern samt ikosahedern) är det bara en som tillåter en (sluten) Euler-promenad. Vilken?

3 Betrakta en mängd med sex element, och låt noderna utgöras av delmängder med två element. Två sådana noder är förbundna om och endast om de motsvarande mängderna är disjunkta.

Beräkna antalet noder, kanter samt 3-cykler. Visa även att grafen är reguljär, d.v.s. att alla noder har lika grad. Vad är graden? Slutligen visa att grafen har en euler-promenad som börjar och slutar i samma element. Hur många gånger besöker en sådan euler-promenad varje nod?

4 Givet en graf (X, E) kan vi forma den duala grafen. Dess noder består av kanterna $e \in E$ och två noder är förbundna om och endast om motsvarande kanter e, f har en nod $x \in X$ gemensam.

Konstruera de duala-graferna till några av dina favorit-grafer!

Om en graf är sammanhängande kommer dess duala graf att vara sammanhängande?

5 Visa att antalet noder med grad ≥ 2 i ett träd är högst lika med antalet kanter minus ett. Hur ser de träd ut för vilka likhet gäller?

6 Låt p vara ett primtal och gör en graf av \mathbb{Z}_p genom att förbinda två tal x, y om och endast om skillnaden utgör en (icke-noll) kvadratisk residy.

a) Vad är graden för ett element?

b) Hur många kanter har grafen?

c) Är grafen sammanhängande? Och i så fall hur många cykler har den?

7 Låt $p = 3$ som i ovan, och låt A vara den symmetriska matrisen som är associerad till grafen. Beräkna A^2, A^3 och skriv ner dess karakteristiska ekvation!