

Uppgifter för Räkneövning Torsdag 18/5

1 Visa att grafen vars noder består av alla ord av längd n bestående av ettor och nollor, och kanter, par av noder som skiljer sig bara med en siffra utgör en bipartit graf, d.v.s. den kan två-färgas (men inte ett-färgas).

2 Finn alla uppspännande träd av

- Den kompletta grafen K_4
- kuben (upp till isomorfism av träd)

3 Låt X vara en mängd med $2n + 1$ element och låt G vara grafen vars noder består av alla delmängder med n element. Låt vikten $W(A, B)$ vara antalet element i $A \cap B$ och låt A, B vara en kant om och endast om vikten är strikt positiv.

a) Finn ett uppspännande träd av minimal vikt

b) Om $X = \{0, 1, 2, \dots, 2n\}$ och $A = \{1, 3, 5 \dots 2n - 1\}$ (d.v.s. alla udda tal i intervallet). Finn ett uppspännande träd som startar med A som rot och ger väg med minimal vikt till vilken annan nod B som helst. Speciellt vad är kortaste avståndet från A till $B = \{1, 2, 3 \dots n\}$

4 Den udda grafen O_n ($n \geq 2$) defineras som alla delmängder med $n - 1$ element i en mängd med $2n - 1$ element och med två element sammanbundna om och endast om snittet är tomt.

- Visa att en sådan graf innehåller cykler av udda längd.
- Visa att den kan färgas med tre färger.

5 Ett träd kallas binärt om varje 'fader' har antingen ingen 'son' (d.v.s. utgör ett löv) eller har precis två 'söner'. Om höjden på ett träd utgöres av den maximala nivån av noder. Ge en övre uppskattning av antalet löv med avseende på höjden h .

6 Uppskatta minsta antal frågor som besvaras antingen med ja eller nej som behövs för att finna ett tal mellan ett och en miljon.

7 I en utslagsturnering deltagare 1'048'576 individer. Hur många individer kan ståta med tio segrar i rad? Hur många individer vinner ett udda antal gånger?

8 Om du gör djupsökningen av en graf med n noder och varje nod med grad högst k hur många 'operationer' behöver högst utföras?