LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Johan Wästlund

Tentamen i Irrationell Analys

Tillåtna hjälpmedel: Passare och linjal.
För godkänt krävs minst 1.4142 poäng, inklusive bonuspoäng.

1. Betrakta ekvationen
$$x^2 - 2 = 0.$$
2. Bestäm en rot till ekvationen.
(1 poängs avdrag om man inte kan bestämma sig för en av rötterna.)
3. Låt denna rot vara $\sqrt{2}$ och låt den andra roten vara.
(2 poängs avdrag om man inte kan låta bli den andra roten.)
4. Antag att $\sqrt{2}$ är ett rationellt tal.
(För ett korrekt antagande kan inga poäng ges.)
5. Antag att a och b är heltal sådana att
$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}. \tag{1}$$
6. Låt vidare något av talen a och b vara minimalt med denna egenskap.
Den som inte kan låta något vidare får gå med i studentorkestern (gå direkt utan att passera G).
7. Antag utan inskränkning att a och b är positiva.
(För att ha gjort detta antagande *med* inskränkning ges 1 poäng.)
8. Multiplicera (1) med b och kvadrera, vilket ger
$$2b^2 = a^2.$$
9. Observera att a^2, och därmed a, måste vara jämnt.
(Inga poäng ges för att bara observera att a^2 är jämnt, och därmed jämnt!)
10. Inför beteckningen $c = a/2$.
(För att uppmuntra studerande från glesbygden ges extrapoäng till den som stavat *beteckning* med *ä*.)
11. Notera vidare att
$$2c^2 = b^2.$$
(Full poäng kan ges även till den som noterat detta utan vidare.)
12. Låt udda vara jämnt!
(Men glöm inte att kontrollera att ditt svar är orimligt!)