

Anmerkungen zur Konfigurationsfrequenzanalyse

Von N. Wermuth, Mainz

I. Vorbemerkungen

Die Konfigurationsfrequenzanalyse (KFA) ist ein von Lienert (1971) vorgeschlagenes Verfahren, „das die Individuen einer Population nach Typen bzw. Syndromen klassifiziert“ (siehe 9, S. 2). Das Verfahren stellt den wichtigen Versuch dar, ein Syndrom so zu definieren, daß ein statistischer Nachweis möglich wird. Die Art, in der man vorgeht, um die Syndrome aufzufinden, wird durch einen Vorschlag Krauths verfeinert: mittels simultaner Binomialtests sollen Syndrome inferenzstatistisch statt nur heuristisch gesichert werden (in 9, S. 39–51).

Wir wollen zeigen, daß in bestimmten Situationen mit der KFA Syndrome nachgewiesen werden, auch wenn ein solcher Befund sachlich unzulässig oder zumindest unbefriedigend ist. Der Grund dafür ist in der der KFA zugrunde liegenden, noch zu einfachen Definition eines Syndroms zu suchen. Es soll in dieser Arbeit keine endgültige Definition eines syndromatischen Zusammenhangs gegeben werden: wir versuchen lediglich den Lienertschen Syndrombegriff einzuengen. Für den Syndromatologen (Leiber, Olbrich, Scheibe 1972) ist die Zusammengehörigkeit der einzelnen Symptome ein wichtiger Bestandteil des Syndrombegriffs. Dementsprechend behaupten wir, daß zwei Symptome keinen Syndromcharak-

ter haben, wenn sie im Gesamtkollektiv der Patienten eines Arztes oder einer Klinik in statistischem Sinne unabhängig sind.

Im ersten Abschnitt (II) kennzeichnen wir solche Situationen ausführlich anhand von fiktiven numerischen Beispielen. Die „beobachteten“ Fallzahlen sind dabei so konstruiert, daß bestimmte Annahmen über den Zusammenhang der Einzelsymptome annähernd erfüllt sind. Die verwendeten Zusammenhangsstrukturen können als Sonderfälle der Theorie der logarithmisch-linearen Modelle betrachtet werden, wie sie von Birch (1963) formuliert und etwa durch Bishop (1967, 1969) und Goodman (1970, 1971) für Anwendungen zugänglich gemacht wurden. Im zweiten Abschnitt (III) führen wir sachliche Beispiele an, bei denen die Zusammenhangsstruktur der einzelnen Variablen bekannt ist und gleichzeitig zu erwarten ist, daß mit der KFA bestimmte Typen oder Syndrome gefunden würden, wenn das entsprechende Zahlenmaterial vorläge. Im dritten Abschnitt (IV) behandeln wir den Spezialfall, in dem die KFA notwendig zu logisch befriedigenden Aussagen führt. Weiterhin diskutieren wir Analysen, die dazu dienen sollen, Zusammenhänge zwischen mehreren Symptomen zu erkennen, insbesondere die hierarchische KFA (Lienert 1971), die Interaktionsstrukturanalyse (Krauth, in 9,

S. 117–129) und ein Verfahren der schrittweisen Modellwahl (Wermuth 1976).

II. Numerische Gegenbeispiele zur KFA

Es ist für unsere Zwecke nützlich, sich die KFA als aus mehreren Elementen zusammengesetzt vorzustellen. Im ersten Schritt wird berechnet, wie viele Individuen einer Grundgesamtheit pro Symptomkombination zu erwarten sind, wenn die Annahme zutrifft, daß alle Symptome völlig unabhängig voneinander sind. Im zweiten Schritt wird beurteilt, welche Symptomkombinationen häufiger beobachtet wurden, als zu erwarten war. Schließlich wird jede der Symptomkombinationen, die überzufällig häufiger auftritt, als unter der Nullhypothese der totalen Unabhängigkeit zu erwarten ist, als Syndrom bezeichnet (siehe 9, S. 44). Für den in statistischen Methoden geschulten Leser wird mit dieser Definition

deutlich, daß anhand einer KFA keine Aussage über die Art des Zusammenhanges der Einzelsymptome beabsichtigt sein kann (siehe auch 10). Unsere Kritik bezieht sich darauf, daß dennoch einzelne Symptomkombinationen als Syndrome interpretiert werden und damit für den Anwender der KFA das naheliegende Mißverständnis aufkommen kann, die KFA ergäbe einen Nachweis über die Zusammengehörigkeit der in diesen Symptomkombinationen vorkommenden Einzelsymptome. Aus der Tatsache, daß die Symptome nicht völlig unabhängig sind, kann man – ohne zusätzliche Information – lediglich schließen, daß mindestens zwei Symptome voneinander abhängen. Insbesondere ist es möglich, daß nur genau ein einziges Variablenpaar assoziiert ist und daß alle weiteren Symptome unabhängig sind.

Das erste Zahlenbeispiel zeigt, daß die KFA ein trisymptomatisches Syndrom nachweist, obwohl ein Symptom (C) völ-

Tab. 1 a:
KFA für Modell AB/C bei 300 Patienten

Symptome			beobachtete Fallzahlen	bei völliger Unabhängigkeit erwartete Fallzahlen	Chi-Quadratkomponenten	Ergebnis simultaner Binomialtests
A	B	C	f_{ijk}	e_{ijk}	χ^2_{ijk}	z
+	+	+	62	43,2	8,181	3,09
+	+	—	13	10,8	0,448	0,68
+	—	+	12	28,8	9,800	—3,29
+	—	—	3	7,2	2,450	1,40
—	+	+	84	100,8	2,800	—2,05
—	+	—	21	25,2	0,700	0,88
—	—	+	82	67,2	3,260	2,05
—	—	—	23	16,8	2,288	1,56
Summen:			300	300	29,927 mit 4 Fge	
A+ = $f_{1..}$ = 90 (30%); B+ = $f_{.1.}$ = 180 (60%); C+ = $f_{..1}$ = 240 (80%)						

lig unabhängig von den zwei anderen Symptomen ist.

Tabelle 1a gibt für 300 Personen die beobachteten Häufigkeiten (f_{ijk}) pro Kombination der Symptome A, B und C an. Drei weitere Spalten zeigen die bei völliger Unabhängigkeit zu erwartenden Fallzahlen (e_{ijk})¹, die Chi-Quadratkomponenten (χ^2_{ijk}) sowie die Ergebnisse (z) simultaner Binomialtests (siehe 9, S. 44). Nur die Symptomkombination (+++) ist deutlich überfrequentiert.

$$^1 e_{ijk} = \frac{f_{i..} \cdot f_{.j.} \cdot f_{..k}}{f_{...}} \text{ mit } f_{i..} = \sum_{jk} f_{ijk}, \text{ etc.}$$

Dieses Urteil wird sowohl dann erteilt, wenn die Chi-Quadratkomponenten als Entscheidungskriterien herangezogen werden, als auch dann, wenn man simultane

Binomialtests verwendet: die entsprechende Chi-Quadratkomponente ist größer als $\chi^2_{1;0,05} = 3,84$, und die standardnormalverteilte Prüfgröße des Binomialtests ist größer als das zugehörige Quantil der Normalverteilung, d. h. größer als $z_{0,00625} = +2,5$. Die KFA führt somit zu dem Ergebnis, daß es ein trisymptomatisches Syndrom der Symptome A, B und C gibt.

Würde die Datenanalyse hier enden, wäre man zu einem Fehlschluß gekommen, denn in Wirklichkeit sind nur die Symptome A und B miteinander verbunden, während Symptom C zwar allein häufig zusammen völlig unabhängig ist. Tabellen 1b und 1c zeigen, auf welche Weise die Daten betrachtet werden müssen, um diesen Tatbestand zu erkennen.

Tab. 1b:
Randtafeln AB und C

		B				
		+	-		+	-
A	+	75	15	90	C	240
	-	105	105	210		60
		180	120	300	300	

Tabelle 1b gibt für die 300 Patienten den Zusammenhang zwischen Symptomen A und B wieder, wenn das dritte Symptom nicht berücksichtigt wird. Weiterhin wird die Häufigkeit des Symptoms C im Gesamtkollektiv gezeigt. Mit anderen Worten: Tabelle 1b enthält die zweidimensionale Randtafel der Symptome A und B ($f_{ij.}$) und die eindimensionale Randtafel des Symptoms C ($f_{..k}$). Man erkennt, daß 83% (75 von 90) der Patienten Symptom B aufweisen (B+), wenn auch Symptom A vorhanden ist,

während nur 50% (105 von 210) der Patienten Symptom B allein aufweisen. Die beiden Symptome treten somit deutlich häufiger gemeinsam auf als jedes für sich allein. Die relative Häufigkeit des Symptoms C ist 80%.

Wenn man nunmehr annimmt, daß Symptom C unabhängig von A und B zusammen ist, dann muß der Zusammenhang der Symptome A und B unverändert bleiben, gleichgültig ob Symptom C vorhanden ist oder nicht. Das bedeutet, daß die Teiltafeln der Symptome A und B,

Tab. 1 c:
Teiltafeln der Symptome A und B und Erwartungswerte für Modell AB/C

		C+			C-			
		B			B			
		+	-		+	-		
A	+	62 (60)	12 (12)	74	+	13 (15)	3 (3)	16
	-	84 (84)	82 (84)	166	-	21 (21)	23 (21)	44
		146	94	240	34	26	60	

gegliedert nach Symptom C, sich nur durch einen Proportionalitätsfaktor voneinander und von der Randtafel AB in Tabelle 1 b unterscheiden dürfen.

Tabelle 1 c zeigt noch einmal die beobachteten Fallzahlen für jede der acht Symptomkombinationen der Tabelle 1 a. Nur sind die Beobachtungen diesmal in Teiltafeln der Symptome A und B dargestellt, d. h. der Zusammenhang dieser beiden Symptome wird in den Kollektiven der Patienten mit (C+) und ohne (C-) Symptom C getrennt betrachtet. Erwartungswerte \hat{m}_{ijk} sind in Klammern angegeben. Sie werden unter der Annahme berechnet, daß Symptome A und B zusammenhängen, Symptom C aber völlig unabhängig ist. Für die Berechnungen werden nur die Randtafeln in Tabelle 1 b benötigt. Beispielsweise ergibt sich für die folgenden Symptomkombinationen:

A	B	C	
+	+	+	$75 \times 240/300 = 60$
+	+	-	$75 \times 60/300 = 15$
+	-	+	$15 \times 240/300 = 12$
+	-	-	$15 \times 60/300 = 3$

Allgemein gilt:

$$(1) \hat{m}_{ijk} = \frac{f_{ij.} \cdot f_{.k}}{f_{...}} \text{ für Modell AB/C.}$$

Die Abweichungen der so erwarteten von den beobachteten Fallzahlen sind minimal. Die Chi-Quadrat-Prüfgröße, die die acht Abweichungen zu beurteilen erlaubt, hat drei Freiheitsgrade und einen Wert von 0,5.

Durch diese Betrachtung wird deutlich, daß sich die beobachteten Fallzahlen gut durch ein Modell reproduzieren lassen, bei dem angenommen wird, daß Symptom C völlig unabhängig ist von Symptom A und B zusammen. Formal bezeichnen wir ein solches Modell mit AB/C (Goodman 1970).

Das zweite fiktive Beispiel (Tabelle 2 a) zeigt eine Situation, in der man mit der KFA zwar nicht - wie in obigem Beispiel - zu einem Fehlschluß, wohl aber zu einem unbefriedigenden Ergebnis kommt. In Tabelle 2 a wird außer den beobachteten Fallzahlen das Ergebnis einer KFA wiedergegeben. Wiederum wird genau ein trisymptomatisches Syndrom der Symptome A, B und C nachgewiesen.

Der Zusammenhang der drei Symptome

Tab. 2 a:
KFA für Modell AC/BC bei 300 Patienten

Symptome			beobachtete Fallzahlen	bei völliger Unabhängigkeit erwartete Fallzahlen	Chi-Quadrat- komponenten	Ergebnis simultaner Binomialtests
A	B	C	f_{ijk}	e_{ijk}	χ^2_{ijk}	z
+	+	+	34	16,8	17,610	4,32
+	+	-	52	67,2	3,438	-2,05
+	-	+	17	25,2	2,668	-1,63
+	-	-	107	100,8	0,381	0,76
-	+	+	6	7,2	0,200	-0,26
-	+	-	28	28,8	0,022	-0,16
-	-	+	3	10,8	5,633	-1,92
-	-	-	53	43,2	2,223	1,61
Summen:			300	300	32,176 mit 4 Fge	

$A+ = f_{1..} = 210$ (70%); $B+ = f_{.1.} = 120$ (40%); $C+ = f_{..1} = 60$ (20%)

ist anders als derjenige des ersten Beispiels. Die Art des Zusammenhangs wird aber, wie in jenem Beispiel, wiederum dann deutlich, wenn die Teilkollektive der Patienten mit und ohne Symptom C

getrennt betrachtet werden. Werden die beobachteten Fallzahlen aus Tabelle 2a auf diese Weise in Teiltafeln der Symptome A und B angeordnet, so erhält man Tabelle 2 b.

Tab. 2 b:
Teiltafeln der Symptome A und B und Erwartungswerte für Modell AC/BC

		C+		C-				
		B		B				
		+	-	+	-			
A	+	34 (34)	17 (17)	51	+	52 (53)	107 (106)	159
	-	6 (6)	3 (3)	9	-	28 (27)	53 (54)	81
		40	20	60		80	160	240

In dieser Tabelle sind in Klammern die Fallzahlen angegeben, die zu erwarten sind, wenn in jedem der Teilkollektive die Symptome A und B voneinander unabhängig sind. Als Beispiel zeigen wir die Berechnung der Erwartungswerte für die Symptomkombinationen $(+++)$ und $(++-)$. Im Kollektiv der Patienten, bei denen Symptom C vorhanden ist, wurden 60 Personen beobachtet. 51 der 60 Patienten weisen Symptom A auf. Der Anteil der Patienten mit Symptom B ist $\frac{2}{3}$ (40 von 60). Bei Unabhängigkeit der Symptome A und B in diesem Teilkollektiv erwartet man infolgedessen $\frac{2}{3} \times 51 = 34$ Patienten mit beiden Symptomen. 34 ist die erwartete Fallzahl pro Symptomkombination $(+++)$. Innerhalb der Patientengruppe ohne Symptom C zeigen 159 Patienten Symptom A und $\frac{1}{3}$ (80 von 240) Symptom B. Die bei Unabhängigkeit erwartete Fallzahl ist somit $\frac{1}{3} \times 159 = 53$. Die auf diese Weise errechneten Erwartungswerte stimmen sehr gut mit den beobachteten Fallzahlen

überein. Die Chi-Quadrat-Prüfgröße, anhand derer sich prüfen läßt, ob die bei den beschriebenen Modellannahmen erwarteten Fallzahlen stark von den beobachteten abweichen, hat zwei Freiheitsgrade und einen Wert von nur 0,08.

Die formale Bezeichnung des soeben beschriebenen Modells als AB/BC ist nicht ohne zusätzliche Erklärung verständlich. Für dieses Modell wird einerseits die bedingte Unabhängigkeit der Symptome A und B postuliert, d. h. die Unabhängigkeit innerhalb aller Teilkollektive, für die eine Ausprägung des Symptoms C gemeinsam ist. Für dieses Modell reichen andererseits die Randtafeln AC und BC aus, um die erwarteten Fallzahlen zu berechnen.

Zur Verdeutlichung zeigt Tabelle 2c die zweidimensionalen Randtafeln der Symptome A und C sowie der Symptome B und C. Im Gegensatz zum ersten Beispiel sind diese beiden Symptompaare deutlich assoziiert.

Tab. 2c:
Randtafeln AC und BC

		C					C		
		+	-		+	-			
A	+	51	159	210	B	+	40	80	120
	-	9	81	90		-	20	160	180
		60	240	300			60	240	300

Wie zuvor erklärt, erwartet man für Modell AC/BC: $34 = \frac{51 \times 40}{60}$ Personen pro Symptomkombination $(+++)$. Aus Tabelle 2c ist ersichtlich, daß 51 die beobachtete Zahl der $(+++)$ -Kombination in

der Randtafel AC und 40 die Zahl der $(+++)$ -Kombination in der Randtafel BC ist. Außerdem kann die beobachtete Patientenzahl mit Symptom C (60) aus jeder der beiden Randtafeln abgelesen werden. Damit ist deutlich, daß die zur

Berechnung der Erwartungswerte verwendeten Randsummen in der Teiltabelle 2b tatsächlich den Besetzungszahlen in den Randtafeln AC und BC entsprechen.

Die für alle Symptomkombinationen gültige Berechnungsformel ist

$$(2) \hat{m}_{ijk} = \frac{f_{i..} f_{.jk}}{f_{..k}} \text{ für Modell AC/BC.}$$

Die sachlich häufig sinnvolle Interpretation eines Modells der Art AC/BC ist die, daß heterogene Gruppen vorliegen, die man getrennt betrachten sollte (Koller 1963). In unserem Beispiel sind die Teilkollektive mit und ohne Symptom C heterogen hinsichtlich beider Symptome A und B. Die relative Häufigkeit des Symptoms A beträgt 85% (51 von 60) im Kollektiv der Patienten mit Symptom C. Dagegen beträgt die relative Häufigkeit des gleichen Symptoms nur 66,3% (159

von 240) in der Patientengruppe, die Symptom C nicht aufweist. Ähnliches gilt für Symptom B: es wird in 66,7% (40 von 60) bzw. nur 33,3% (80 von 240) der Fälle in der jeweiligen Patientengruppe beobachtet.

Das dritte fiktive Beispiel spiegelt eine neue Situation wider: die KFA findet nur das gehäufte Vorkommen eines Symptoms, obwohl alle drei Symptome stark miteinander assoziiert sind. Die beobachteten Werte in Tabelle 3a sind so konstruiert, daß sie ein Beispiel für ein sogenanntes „gesättigtes Modell“ (Goodman, 1970) darstellen. Ein solches Modell kennzeichnen wir mit ABC. Diese Bezeichnung deutet die Assoziation aller Symptome an, also die Situation, in der es keine einfache Zusammenhangsstruktur gibt. Die KFA weist in diesem Beispiel nur auf eine monosymptomatische Häufung von Symptom B hin.

Tab. 3a:
KFA für Modell ABC bei 300 Patienten

Symptome			beobachtete Fallzahlen	bei völliger Unabhängigkeit erwartete Fallzahlen	Chi-Quadratkomponenten	Ergebnis simultaner Binomialtests
A	B	C	f_{ijk}	e_{ijk}	χ^2_{ijk}	z
+	+	+	17	16,8	0,002	0,05
+	+	—	48	67,2	5,486	—2,66
+	—	+	25	25,2	0,002	—0,04
+	—	—	120	100,8	3,657	2,35
—	+	+	6	7,2	0,200	—0,30
—	+	—	49	28,8	14,168	3,96
—	—	+	12	10,8	0,133	0,37
—	—	—	23	43,2	9,445	—2,97
Summen:			300	300	33,093 mit 4 Fge	
A+ = $f_{1..}$ = 210 (70%); B+ = $f_{.1.}$ = 120 (40%); C+ = $f_{..1}$ = 60 (20%)						

Tab. 3 b:
Teiltafeln der Symptome A und B

		C+			C-				
		B			B				
		+	-		+	-			
A	+	17	25	42	A	+	48	120	168
	-	6	12	18		-	49	23	72
		23	37	60			97	143	240

B+ bei A+C+: 17 von 42 = 40,5%; B+ bei A+C-: 48 von 168 = 28,6%
 B+ bei A-C+: 6 von 18 = 33,3%; B+ bei A-C-: 49 von 72 = 68,1%

Ein Blick auf die Teiltafeln der Patienten mit und ohne Symptom C in Tabelle 3 b zeigt jedoch, daß die relative Häufigkeit des Symptoms B für jede Kombination der Symptome A und C unterschiedlich ist: In der Gruppe der Patienten mit Symptom C kommt Symptom B in 40,5% der Fälle, in denen gleichzeitig Symptom A vorhanden ist, vor, und in 33,3% der Fälle, in denen Symptom A nicht vorhanden ist. Im Kollektiv der Patienten ohne Symptom C, aber mit Symptom A, zeigen nur 28,6% das Symptom B, dagegen weisen 68,1% der Patienten Symptom B auf, wenn Symptom A nicht vorhanden ist. Mit anderen Worten: die partiellen Assoziationen der Symptompaare sind unterschiedlich, so daß mit Sicherheit alle drei Symptome miteinander assoziiert sind.

Es war der Sinn der beiden ersten numerischen Beispiele – der Beispiele, mit denen wir die Modelle AB/C und AC/BC zu illustrieren versuchten – zu zeigen, daß in Fällen, in denen die KFA ein tri-

symptomatisches Syndrom nachweist, eine einfache, deutlich erklärbare Zusammenhgangsstruktur vorliegen kann, die gegen einen Syndromcharakter der drei Symptome spricht. Den beiden Zusammenhgangsstrukturen (AB/C und AC/BC) ist gemeinsam, daß mindestens ein Variablenpaar bedingt unabhängig ist. Sie unterscheiden sich jedoch darin, welche und wieviele Variablenpaare bedingt unabhängig sind. Für AC/BC gilt, daß nur das Variablenpaar AB bedingt unabhängig ist, während für Modell AB/C die bedingte Unabhängigkeit zweier Variablenpaare angenommen wird, nämlich der Paare AC und BC.

Um die Unterschiede zwischen den beiden beschriebenen Modellen besser als in den etwas farblosen numerischen Beispielen zu verdeutlichen, beschreiben wir im nächsten Abschnitt zwei Fälle, für die aus sachlichen a-priori Überlegungen bekannt ist, daß die Modelle AB/C und AC/BC die jeweiligen Zusammenhänge wiedergeben.

III. Sachlich sinnvolle Beispiele für Modelle AB/C und AC/BC

Nehmen wir an, daß bei einer Untersuchung von Schwangeren in Deutschland die Merkmale A = systolischer Blutdruck (über 149 +, unter 150 —), B = Ödeme (ja +, nein —) und C = Augenfarbe (nicht blau +, blau —) erhoben werden. Für diese Merkmale ist anzunehmen, daß genau Modell AB/C ihren Zusammenhang gut beschreibt. Es ist bekannt, daß die Gestosesymptome erhöhter Blutdruck (A) und Ödeme (B) nicht unabhängig sind, sondern gehäuft gemeinsam vorkommen. Andererseits besteht sicherlich kein Zusammenhang zwischen der Augenfarbe (C) der Schwangeren und jedem einzelnen der Gestosesymptome. Die relativen Häufigkeiten der vier Gestosesymptomkombinationen bleiben unverändert, gleich ob man das Gesamtkollektiv der Schwangeren betrachtet oder Teilkollektive von Schwangeren mit gleicher Augenfarbe.

Der bei der einfachen KFA durchgeführte Test auf völlige Unabhängigkeit ist bei der beschriebenen Zusammenhangsstruktur mit Sicherheit abzulehnen. Es würde wahrscheinlich der Typus der braunäugigen Schwangeren mit erhöhtem Blutdruck und Ödemen gefunden aufgrund der Tatsache, daß die Gestosesymptome stark assoziiert sind und die braune Augenfarbe in Deutschland häufiger beobachtet wird als die blaue. Es ist jedoch offensichtlich so, daß die Augenfarbe nicht als Teilbestand eines Gestosesyndroms anzusehen ist.

In unserem zweiten Beispiel sei angenommen, daß eine große Stichprobe der Führerscheinneuzulassungen in Deutschland vorläge und daß die Merkmale A = Körpergröße (über 170 cm +, bis 170 cm —), B = Farbenfehlsichtigkeit (ja +, nein —) und C = Geschlecht (weiblich +, männ-

lich —) erfaßt seien. Mit großer Wahrscheinlichkeit würde sich ein Zusammenhang zwischen Körpergröße und Farbenfehlsichtigkeit zeigen und sich mit der KFA etwa der Typus der kleinen, nicht farbenfehlsichtigen Autofahrerinnen finden lassen. Tatsächlich ist jedoch bekannt, daß Modell AC/BC den Zusammenhang der Merkmale Körpergröße (A), Farbenfehlsichtigkeit (B) und Geschlecht (C) beschreibt. Genauer, wenn man die Probanden nach Geschlecht getrennt betrachtet, so gibt es keinen Zusammenhang zwischen Körpergröße und Farbenfehlsichtigkeit. Ein scheinbarer Zusammenhang wird dadurch vorgetäuscht, daß die Körpergröße wie auch die Farbenfehlsichtigkeit geschlechtsabhängig sind. Nur etwa 0,25% der Frauen sind farbenfehlsichtig, dagegen etwa 5% der Männer. Andererseits sind Frauen im Durchschnitt kleiner als Männer.

Der Zusammenhang zwischen Körpergröße und Geschlecht einerseits und Farbenfehlsichtigkeit und Geschlecht andererseits bewirkt, daß die Hypothese der völligen Unabhängigkeit der drei Merkmale mit Sicherheit und eindeutig abzulehnen ist. Aus diesem Grunde müßten auch eine oder mehrere der Symptomkombinationen (im Sinne der KFA) überfrequentiert sein. Wird ein solches Ergebnis als syndromatischer Zusammenhang mehrerer Merkmale interpretiert, so ist dies irreführend, da zwischen zwei Merkmalen kein direkter Zusammenhang besteht, nämlich zwischen Körpergröße und Farbenfehlsichtigkeit.

Ein ähnliches Beispiel, mit vorwiegend quantitativen Merkmalen, wurde von Koller (1963) beschrieben: der Zusammenhang zwischen den Merkmalen Einkommen, Schuhnummer und Geschlecht.

IV. Verfahren der Zusammenhanganalyse

Wie in den beiden vorausgegangenen Abschnitten gezeigt wurde, ist es im allgemeinen wünschenswert, die KFA durch zusätzliche Analysen zu ergänzen. Wir werden nunmehr zuerst den Spezialfall kennzeichnen, in dem weitere Analysen keine zusätzlichen Informationen bringen. Sodann erwähnen wir verschiedene bekannte Analysemöglichkeiten und ihre Leistungsfähigkeit, um schließlich ein neueres Verfahren der schrittweisen Modellauswahl etwas ausführlicher an Beispielen darzustellen.

Wie wir in den beiden ersten Abschnitten ausführten, spricht es gegen den Syndromcharakter mehrerer Merkmale, wenn ein oder mehrere Variablenpaare bedingt unabhängig sind. Wir zeigten, daß Variablenpaare bedingt unabhängig sein können, auch wenn die Hypothese der völligen Unabhängigkeit von drei Variablen abgelehnt wird. Es gibt jedoch eine Ausnahmesituation. In diesem Falle ist die Ablehnung der Hypothese völliger Unabhängigkeit gleichbedeutend mit der Annahme der Alternativhypothese, daß sich die partiellen Assoziationen (die Assoziationen in Teiltafeln) voneinander unterscheiden, daß also kein einziges Variablenpaar bedingt unabhängig sein kann. Dies ist für drei Variable dann und nur dann gegeben, wenn alle drei Variablenpaare marginal unabhängig sind, d. h. wenn in den zweidimensionalen Randtafeln keine Assoziationen vorhanden sind. Diese Tatsache wurde von Darroch (1962) bewiesen. Ein Beispiel für genau diese Ausnahmesituation sind Lienerts Daten über das Leuner'sche Syndrom, anhand derer er zuerst die KFA darstellte. Eine im Sinne der KFA überfrequentierte Symptomkombination deutet dann notwendig auf eine Assoziation aller

Merkmale, genauer gesagt, auf ein gesättigtes Modell hin. Eine Klassifizierung der verschiedenen möglichen gesättigten Modelle wurde von Victor (1972) vorgeschlagen. So würde das Leunersche Syndrom von Victor als eine Situation mit dreifacher Assoziationsüberdeckung, unser drittes Beispiel als ein Fall mit zweifacher Assoziationsüberdeckung gekennzeichnet.

Bei mehr als drei Merkmalen kann aus der Ablehnung der Hypothese völliger Unabhängigkeit nie, auch nicht in Ausnahmesituationen, geschlossen werden, daß alle Variablenpaare abhängig sind. Zusätzliche Analysen sind somit erforderlich, wenn man die Zusammengehörigkeit von Einzelsymptomen überprüfen will.

Die hierarchische KFA und die Interaktionsstrukturanalyse wurden zu diesem Zweck von Krauth und Lienert (1973) vorgeschlagen. Bei der hierarchischen KFA wird die einfache KFA wiederholt durchgeführt, einmal an der Kontingenztafel mit allen Merkmalen, dann an allen dazugehörigen Randtafeln. Die Hypothesen, die mittels der Interaktionsstrukturanalyse getestet werden, sind eine Untergruppe der multiplikativen Modelle für Kontingenztafeln, d. h. jener Modelle, bei denen die erwarteten Zellenwerte sich durch Multiplikationen aus den Randsummenbesetzungen berechnen lassen. Ein Zusammenhang dreier Symptome wie in unserem ersten fiktiven Beispiel, also wie in Modell AB/C, würde sowohl durch eine hierarchische KFA als auch durch die Interaktionsstrukturanalyse aufgedeckt. Der Zusammenhang von drei Symptomen, wie er etwa in unserem zweiten Beispiel (Modell AC/BC) existierte, würde durch keine der beiden Analysen erhellt. Für mehr als drei Symptome gibt es viele mögliche, auch noch vergleichsweise leicht interpretierbare Zu-

sammenhangsstrukturen, die weder mit der KFA, der hierarchischen KFA oder der Interaktionsstrukturanalyse erfaßbar sind.

Die im folgenden beschriebene schrittweise Modellwahl bezieht sich auf die gesamte Klasse der multiplikativen Modelle (für die zumindest die eindimensionale Randsumme jeder Variablen berücksichtigt wird). Die allgemeine Theorie der logarithmisch-linearen Modelle schließt ihrerseits die multiplikativen Modelle als Sonderfälle ein. Das von Wermuth (1976) vorgeschlagene Verfahren der Modellwahl beschränkt sich auf multiplikative Modelle, da für diese recht einfache Interpretationen und Berechnungen möglich sind. Das Verfahren dient dazu, ein möglichst einfaches, den Zusammenhang in den Daten noch gut beschreibendes Modell zu finden. Schrittweise werden zunächst komplizierte, dann immer einfachere Modelle den Daten angepaßt. Für die kompliziertesten Modelle wird angenommen, daß genau ein Variablenpaar bedingt unabhängig ist, für die Modelle im nächsten Schritt nimmt man an, daß zwei, dann drei, usw. Variablenpaare bedingt unabhängig sind. Wir stellen das Verfahren zunächst an den drei fiktiven Beispielen des ersten Abschnitts dar, sodann an einer vierdimen-

sionalen Kontingenztafel, und zwar mit den Daten anhand derer Lienert ursprünglich die hierarchische KFA vorstellte. Es ist dabei nicht beabsichtigt, auf die Einzelheiten der Modellsystematik oder der Berechnungen einzugehen; statt dessen wird nur das Prinzip der schrittweisen Modellwahl und die sich anschließende Interpretation der Modelle beschrieben. Als Prüfgrößen für die Güte der Anpassung der Modelle werden auf dem Likelihoodquotienten basierende annähernd Chi-Quadrat-verteilte Größen verwendet. Wir nennen eine Prüfgröße signifikant, wenn sie das 5% Quantil der zugehörigen Chi-Quadratverteilung überschreitet.

Tabelle 4 a zeigt das schrittweise Vorgehen bei der Modellsuche für das erste Beispiel, das unter der Ziffer II behandelt wurde:

Im ersten Schritt wird das Variablenpaar (B, C) als bedingt unabhängig ausgewählt, weil der entsprechende Chi-Quadrat-Wert, 0,174, auf die beste Anpassung dieser Annahme an die Daten

¹ In den Tabellen 4 a–4 c bedeutet „X“, daß das zugehörige Variablenpaar bei einem vorausgehenden Schritt als bedingt unabhängig angenommen wurde. „Fge“ bedeutet: Freiheitsgrade.

Tab. 4 a¹:
Schrittweise Modellwahl für die Daten der Tabelle 1 a

Variablenpaar	Schritt 1		Schritt 2			Schritt 3		
	χ^2	Fge	Randtafel	χ^2	Fge	Randtafel	χ^2	Fge
(A, B)	31,413	2	AB	31,585	1	AB	31,585	1
(A, C)	0,233	2	AC	0,404	1	X	X	X
(B, C)	0,174	2	X	X	X	X	X	X
ausgewähltes Modell	AB/AC		AB/C			-----		

hindeutet. Das zugehörige Modell ist AB/AC. Im zweiten Schritt wird zusätzlich das Variablenpaar (A, C) als bedingt unabhängig ausgewählt. (Dieses Variablenpaar ist nicht nur in der gesamten Kontingenztafel, sondern auch in der Randtafel AC bedingt unabhängig.) Das zugehörige Modell ist AB/C. Im dritten Schritt erhält man einen signifikanten Chi-Quadrat-Wert und schließt daraus, daß das zugehörige Modell nicht mehr

gut mit den Daten vereinbar ist. Das Modell der völligen Unabhängigkeit der drei Variablen, Modell A/B/C, wird somit abgelehnt, und das Modell AB/C wird als gut zu den Daten passende Zusammenhangsstruktur akzeptiert.

Tabelle 4 b veranschaulicht die schrittweise Modellwahl für das zweite fiktive Beispiel, das im ersten Abschnitt (II) verwendet wurde.

Tab. 4 b:
Schrittweise Modellwahl für die Daten der Tabelle 2 a

Variablenpaar	Schritt 1		Schritt 2		
	χ^2	Fge	Randtafel	χ^2	Fge
(A, B)	0,084	2	X	X	X
(A, C)	8,717	2	AC	8,899	1
(B, C)	21,717	2	BC	21,898	1
ausgewähltes Modell	AC/BC		-----		

Das Verfahren endet bereits beim zweiten Schritt, da alle χ^2 -Werte signifikant sind. Modell AC/BC wird angenommen. Schließlich ist aus Tabelle 4 c ersichtlich, daß keine einfache Zusammenhangsstruktur die Daten des dritten fiktiven Beispiels beschreibt:

Tab. 4 c:
Schrittweise Modellwahl für die Daten der Tabelle 3 a

Variablenpaar	Schritt 1	
	χ^2	Fge
(A, B)	32,887	2
(A, C)	9,227	2
(B, C)	9,314	2
ausgewähltes Modell	-----	

Die Daten im nächsten Beispiel zeigen den Zusammenhang von vier Symptomen, die an 362 psychiatrisch behandelten Patienten erhoben wurden (vgl. 9, S. 55). Die Merkmale oder Symptome und ihre Ausprägungen sind:

V = Validität (Psychasthenie —, Energiegeladenheit +);

So = Solidität (Hysterie —, Rigidität +);

St = Stabilität (Extraversion —, Introversion +);

D = depressive Phase (nein —, ja +).

Tabelle 5 a enthält für jede Symptombkombination die beobachteten Fallzahlen, die bei völliger Unabhängigkeit der Symptome erwarteten Besetzungszahlen, sowie die Erwartungswerte für Modell VSt/VD/SoD. Dieses Modell ergab sich aus den Testergebnissen in Tabelle 5 b.

Tab. 5 a:
Vier Symptome bei 362 depressiven Patienten

Symptome				beobachtete Fallzahlen	bei völliger Unabhängigkeit erwartete Fallzahlen	für Modell VSt/VD/SoD geschätzte Fallzahlen
V	So	St	D	f_{ijkl}	e_{ijkl}	\hat{m}_{ijkl}
+	+	+	+	15	21,455	16,785
-	+	+	+	30	18,787	36,716
+	-	+	+	9	27,392	13,241
-	-	+	+	32	23,986	28,965
+	+	-	+	23	16,247	17,315
-	+	-	+	22	14,227	19,185
+	-	-	+	14	20,743	13,659
-	-	-	+	16	18,164	15,135
+	+	+	-	25	26,786	22,305
-	+	+	-	22	23,455	15,557
+	-	+	-	46	34,197	42,670
-	-	+	-	27	29,945	29,762
+	+	-	-	14	20,284	23,009
-	+	-	-	8	17,761	8,129
+	-	-	-	47	25,897	44,017
-	-	-	-	12	22,677	15,551
					$\chi^2 = 68,894; 11 \text{ Fge}$	$\chi^2 = 13,87; 8 \text{ Fge}$

V+ = $f_{1...} = 193$; So+ = $f_{.1..} = 206$; St+ = $f_{..1.} = 159$; D+ = $f_{...1} = 161$

Tab. 5 b¹:
Schrittweise Modellwahl für die Daten in Tabelle 5 a

Variablen- paar	Schritt 1		Schritt 2		Schritt 3		Schritt 4	
	χ^2	Fge	χ^2	Fge	χ^2	Fge	χ^2	Fge
(V, So)	4,781	4	5,486	2	5,486	2	X	X
(V, St)	12,869	4	13,575	2	10,023	1	10,023	1
(V, D)	33,004	4	—	—	30,796	2	28,032	1
(So, St)	3,393	4	X	X	X	X	X	X
(So, D)	22,383	4	19,733	2	19,733	2	16,969	1
(St, D)	7,640	4	4,991	2	X	X	X	X
ausgewähl- tes Modell	VSoD/VStD		VSoD/VSt		VD/SoD/VSt		—	

¹ In Tabelle 5 b bedeutet „X“, daß das zugehörige Variablenpaar bei einem vorausgehenden Schritt als bedingt unabhängig angenommen wurde; das Zeichen „-“ bedeutet, daß das entsprechende Modell nicht multiplikativ ist.

Tab. 5 c:
Randtafeln VD, SoD, VSt zu Tabelle 5 a

1. VD

		Validität (V)			
		+	—		
		Energie- geladenheit	Psych- asthenie		
depressive Phase (D)	+ ja	61	100	161	V+ bei D+:
	— nein	132	69	201	61 von 161 = 37,9%
				362	V— bei D—:
					132 von 201 = 65,7%

2. SoD

		Solidität (So)			
		+	—		
		Rigidität	Hysterie		
depressive Phase (D)	+ ja	90	71	161	So+ bei D+:
	— nein	69	132	201	90 von 161 = 55,9%
				362	So— bei D—:
					69 von 201 = 34,3%

3. VSt

		Validität (V)			
		+	—		
		Energie- geladenheit	Psych- asthenie		
Stabilität (St)	+ Intro- version	95	111	206	V+ bei St+:
	— Extra- version	98	58	156	95 von 206 = 46,1%
				362	V— bei St—:
					98 von 156 = 62,8%

Das Modell besagt zweierlei: erstens, daß die Symptompaaare (V, So), (So, St) und (St, D) als bedingt unabhängig gelten können, und zweitens, daß die marginalen Assoziationen (Randtafeln) der Symptome VSt, VD und SoD genügen, um den Zusammenhang zwischen allen vier Symptomen zu erklären, d. h. um die beobachteten Fallzahlen pro Symptomkombination aller vier Merkmale annähernd

zu reproduzieren. Die erwarteten Zellenwerte dieses Modells errechnen sich aus den drei zwei-dimensionalen Randtafeln in Tabelle 5 c als

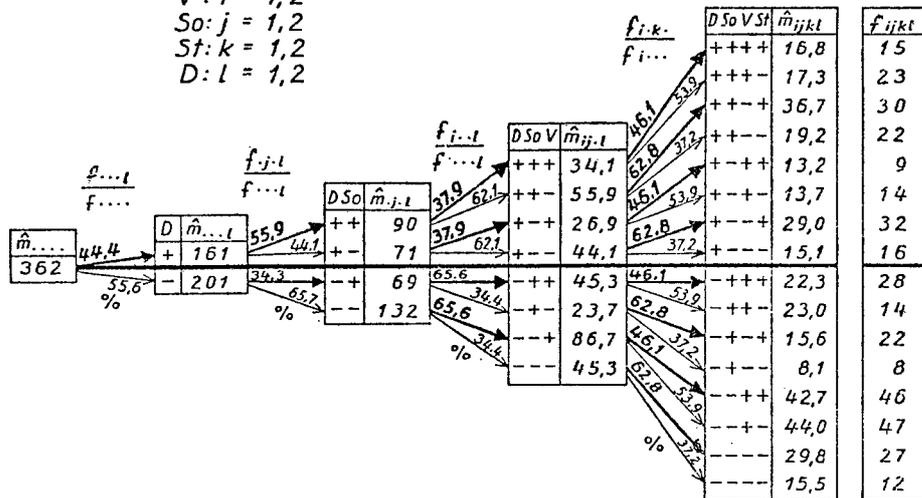
$$\hat{m}_{ijkl} = \frac{f_{i..k} \cdot f_{i..l} \cdot f_{.j.l}}{f_{i..l} \cdot f_{i..k}}$$

Zum Beispiel sind die erwarteten Zellenwerte für die Symptomkombination VSoStD:

V	So	St	D	
+	+	+	+	$95 \times 61 \times 90 / 193 \times 161 = 16,8;$
+	+	+	-	$95 \times 132 \times 69 / 193 \times 201 = 22,3.$

Struktur des Modells SoD/VD/VSt mit $\hat{m}_{ijkl} = \frac{f_{j:l} f_{i:l} f_{i:k}}{f_{i...} f_{...l}}$ und

V: i = 1, 2
 So: j = 1, 2
 St: k = 1, 2
 D: l = 1, 2



Eine äquivalente Art, die Erwartungswerte zu berechnen, ist in Abb. 1 dargestellt.

Diese Abbildung zeigt, inwiefern die in Tabelle 5c angeführten Prozentzahlen ausreichen, um die erwarteten Besetzungszahlen pro Symptomkombination der vier Merkmale zu errechnen. Die Abbildung verdeutlicht gleichzeitig die Struktur der Daten etwas: Sieht man Rekonvaleszenten und Depressive als heterogene Patientengruppe an und betrachtet sie infolgedessen getrennt, so erkennt man, daß das Merkmal Solidität unabhängig von Validität und Stabilität ist, den zwei Symptomen, die ihrerseits voneinander abhängen. Weiterhin ist deutlich, daß der Zusammenhang zwischen Validität und Stabilität in den beiden Patientengruppen (D +, D-) unverändert

ist gegenüber dem Zusammenhang derselben beiden Merkmale im Gesamtkollektiv.

Wenn Modell VSt/VD/SoD akzeptiert wird, ist die in den Daten enthaltene relevante Information über den Zusammenhang aller vier Merkmale aus den Randtafeln VD, VSt und SoD abzulesen. Genauer gesagt: es gab mehr energiegeladene Rekonvaleszenten als energiegeladene depressive Patienten (66% gegenüber 38%). Dagegen wurde Rigidität bei nur 34% der Rekonvaleszenten, aber bei 56% der depressiven Patienten festgestellt. Außerdem gab es weniger energiegeladene introvertierte als energiegeladene extravertierte Patienten (46% gegenüber 63%). Mit anderen Worten: es wurden keine überraschenden Assoziationen festgestellt.

Die Ergebnisse der hierarchischen KFA

zum gleichen Datenmaterial sind in Krauth und Lienert (1973) beschrieben: bei der vierdimensionalen Kontingenztafel ergaben sich folgende Typen: den des introvertierten, rigiden, psychasthenischen Depressiven; des extravertierten, rigiden, psychasthenischen Depressiven; des introvertierten, hysterischen, energiegeladenen Rekonvaleszenten; des extravertierten, hysterischen, energiegeladenen Rekonvaleszenten. In zehn zusätzlichen Konfigurationsfrequenzanalysen werden noch neun weitere Typen dieser Art nachgewiesen.

V. Schlußbemerkungen

Ein Lexikon wie der Brockhaus definiert den Begriff „Syndrom“ als eine „zusammengehörige Gruppe von Symptomen“. Auch Leiber (1972) weist darauf hin, daß von einem Symptomkomplex oder Syndrom gesprochen wird bei einem „zusammengehörigen, für eine Krankheit charakteristischen Symptombild“. Was unter Zusammengehörigkeit zu verstehen ist, wird in beiden Fällen nicht weiter ausgeführt. Symptome können sicherlich bereits dann als zusammengehörig betrachtet werden, wenn ein Arzt einige für ihn auffällige Symptome an einem oder mehreren Patienten beobachtet. Zur Mitteilung von seltenen Symptomkombinationen erfüllt dieser subjektive Syndrombegriff eine wichtige Aufgabe.

Für Symptome, die nicht zu selten vorkommen, ist es andererseits wünschenswert, die Zusammengehörigkeit der Einzelsymptome so zu definieren, daß sie als Hypothese statistisch überprüfbar wird. Die der Konfigurationsfrequenzanalyse zugrunde liegende Definition eines Syndroms ist zwar statistisch überprüfbar, sie gewährleistet jedoch keine Zusammengehörigkeit der Einzelsymptome. Wir gaben in dieser Arbeit Beispiele, in denen

die KFA trisymptomatische Syndrome nachweist, wenn die Zusammenhangsstruktur deutlich gegen die Zusammengehörigkeit aller drei Symptome spricht. Andererseits zeigten wir an einem weiteren Beispiel, daß die KFA nur das gehäufte Vorkommen eines Symptoms findet, obwohl alle drei Symptome assoziiert sind. Wir wiesen weiter auf ein Modellsuchverfahren hin (Wermuth 1976), das es erlaubt, Zusammenhangsstrukturen zwischen mehreren qualitativen Merkmalen aufzufinden. Eine endgültige, statistisch überprüfbare und sachlich befriedigende Definition eines Syndroms steht noch aus.

LITERATUR

1. Birch, M. W., Maximum likelihood in three-way contingency tables, in: J. R. Statist. Soc. 25 (1963) S. 220–233.
2. Bishop, Y. M. M., Multi-dimensional contingency tables: cell estimates. Ph. D. thesis, Cambridge: Department of Statistics Harvard University 1967.
3. –, Full contingency tables logits and split contingency tables, in: Biometrics 25 (1969) S. 383–400.
4. –, Effects of collapsing multidimensional contingency tables, in: Biometrics 27 (1971) S. 545–562.
5. Darroch, J. M., Interactions in multifactor contingency table, in: J. R. Statist. Soc. 24 (1962) S. 251–263.
6. Goodman, L. A., The multivariate analysis of qualitative data: interactions among multiple classifications, in: J. Amer. Statist. Ass. 65 (1970) S. 226–256.
7. –, The analysis of multidimensional contingency tables: stepwise procedures and direct estimation methods for building models for multiple classifications, in: Technometrics 13 (1971) S. 33–61.
8. Koller, S., Typisierung korrelativer Zusammenhänge, in: Metrika 6 (1963) S. 65 bis 75.
9. Krauth, J. und Lienert, G. A., Die Konfigurationsfrequenzanalyse. Freiburg/München: Alber 1973.

10. -, Zum Nachweis syndromgenerierender Symptominteraktionen in mehrdimensionalen Kontingenztafeln (Interaktionsstrukturanalyse), in: Biometrische Zeitschrift 16, (1974) S. 203-211.
11. Leiber, B., Olbrich, G. und Scheibe, G., Die klinischen Syndrome. Berlin, Wien: Urban und Schwarzenberg 1972.
12. Lienert, G. A., Die Konfigurationsfrequenzanalyse I, in: Z. f. Klin. Psychol. Psychother. 19 (1971) S. 99-115.
13. Wermuth, N., Analogies between multiplicative models for contingency tables and covariance selection, in: Biometrics 32 (März 1976).
14. Wermuth, N., Models search among multiplicative models, in: Biometrics 32 (Juni 1976).
15. Victor, N., Zur Klassifizierung mehrdimensionaler Kontingenztafeln, in: Biometrics 28 (1972) S. 427-431.

Dr. Nanny Wermuth
Institut für Medizinische
Statistik und Dokumentation
der Universität Mainz
D-6500 Mainz
Langenbeckstraße 1