

Differensapproximationer

Vi behöver approximera derivator $u'(x)$, $u''(x)$, $\dots$, bl.a. i samband med lösning av differential-ekvationer, genom att använda flera funktionsvärden i närheten av x .

Precis som vid definitionen av derivator kommer vi använda differenskvoter. Då lät vi $h \rightarrow 0$, nu kommer vi ta h som ett litet positivt tal.

Vi kan approximera derivatan $u'(x)$ med *framåt-* och *bakåtdifferenskvoterna*

$$u'(x) \approx \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \quad \text{och} \quad u'(x) \approx \frac{u(x) - u(x-h)}{h}$$

Låter vi $h \rightarrow 0$ så får vi derivatan $u'(x)$. Tar vi h som ett litet positivt tal så får vi en approximation av derivatan. Felet i approximationen halveras om vi halverar h .

Med en *centraldifferenskvot*

$$u'(x) \approx \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}$$

får vi en noggrannare approximation av derivatan $u'(x)$. Felet i approximationen delas med fyra om vi halverar h .

När vi modifierade Newtons metod i förra läsperioden använde vi denna approximation av derivatan.

Vi kan approximera $u''(x)$ med en *centraldifferenskvot* för andraderivatan

$$u''(x) \approx \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}$$

och även här gäller att felet delas med fyra om vi halverar h .

När vi löste värmeledningsproblemet använde vi denna differenskvot som approximation av andraderivatan.

På motsvarande sätt kan vi approximera derivator av ännu högre ordning.