

Differensapproximationer

Vi skall approximera derivator $u'(x)$, $u''(x)$, $\dots$, genom att använda funktionsvärden i närheten av x . Precis som vid definitionen av derivator använder vi differenskvoter. Då låt vi $h \rightarrow 0$, nu kommer vi ta h som ett litet positivt tal.

Vi kan approximera derivatan $u'(x)$ med *framåt-* och *bakåtdifferenskvoterna*

$$u'(x) \approx \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \quad \text{och} \quad u'(x) \approx \frac{u(x) - u(x-h)}{h}$$

Låter vi $h \rightarrow 0$ så får vi derivatan $u'(x)$. Tar vi h som ett litet positivt tal så får vi en approximation av derivatan. Felet i approximationen halveras om vi halverar h .

Med en *centraldifferenskvot*

$$u'(x) \approx \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}$$

får vi en noggrannare approximation av derivatan $u'(x)$. Felet i approximationen delas med fyra om vi halverar h .

Vi kan approximera $u''(x)$ med en *centraldifferenskvot* för andraderivatan

$$u''(x) \approx \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}$$

och även här gäller att felet delas med fyra om vi halverar h .

På motsvarande sätt kan vi approximera derivator av ännu högre ordning.

Differensapproximationer av partiella derivator får vi genom att bilda differenskvoter i repertive variabel. T.ex. $u'_x(x, t)$ kan approximeras av *framåt-*, *bakåt-* och *centraldifferenskvoterna*

$$u'_x(x, t) \approx \frac{u(x+h, t) - u(x, t)}{h}, \quad u'_x(x, t) \approx \frac{u(x, t) - u(x-h, t)}{h}$$

$$u'_x(x, t) \approx \frac{u(x+h, t) - u(x-h, t)}{2h}$$

där h som ett litet positivt tal.

För andraderivaton $u''_{xx}(x, t)$ använder vi centraldifferenskvoten

$$u''_{xx}(x, t) \approx \frac{u(x+h, t) - 2u(x, t) + u(x-h, t)}{h^2}$$

där h ett litet positivt tal.

När vi löser värmeledningsproblemet använder vi centraldifferenskvoterna som approximation av derivatorna $u''(x)$ och $u''_{xx}(x, t)$.