Övn. 82 (s. 35)

$\arcsin \frac{2{,}02^2}{4{,}95} - \arcsin \frac{4}{5}$, uppskatta m.h.a. differential

Steg 1. Vi måste hitta $f(x,y)$, "referenspunkt" (x,y) och Δx, Δy. Klart att

$$f(x,y) = \arcsin \frac{x^2}{y};$$ referenspunkten är $(2,5)$;

$$\Delta x = 0{,}02; \quad \Delta y = -0{,}05.$$

Steg 2. För att använda "app-satsen" måste vi beräkna $f'_x(2,5)$ och $f'_y(2,5)$:

$$\left(\arcsin \frac{x^2}{y}\right)'_x = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^4}{y^2}}} \cdot \frac{2x}{y} = \frac{2x}{\sqrt{y^2 - x^4}};$$

$$\left(\arcsin \frac{x^2}{y}\right)'_y = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^4}{y^2}}} \cdot x^2 \cdot \left(-\frac{1}{y^2}\right) =$$

$$= -\frac{x^2}{\sqrt{y^4 - y^2x^4}} \Rightarrow f'_x(2,5) = \frac{4}{\sqrt{25-16}} = \frac{4}{3};$$

$$f'_y(2,5) = -\frac{4}{\sqrt{625 - 25\cdot 16}} = -\frac{4}{15}.$$

Steg 3. Tillämpa "app-satsen":

$$\arcsin \frac{2{,}02^2}{4{,}95} - \arcsin \frac{4}{5} \approx f'_x \cdot \Delta x + f'_y \cdot \Delta y = \frac{4}{3}\cdot 0{,}02 - \frac{4}{15}\cdot(-0{,}05)$$

$$= \frac{0{,}08}{3} + \frac{0{,}04}{3} = \frac{0{,}12}{3} = 0{,}04$$